

Límite de una función compuesta usando la continuidad

CÓDIGO

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.8-G4 ● Genérico

5-10 min por versión por versión

TEMA

1.8 · Continuidad en un punto y tipos de discontinuidad

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante calcule el límite de una composición usando que $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow a} g(x))$ cuando f es continua en ese valor.

🕒 Pista 🚫 Frontera ⚠️ Cuidado 🔑 Clave 📁 Control ➡️ Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando el límite es de una función dentro de otra (sen, ln, e^u , arctan, una raíz...), la de adentro necesita una técnica de límites y la de afuera es continua en el resultado: por ejemplo, $\lim_{x \rightarrow 2} \arctan\left(\frac{x^2 - 4}{3x^2 - 6x}\right)$. Se espera que calcules primero el límite de adentro y luego apliques la función de afuera.

🕒 PISTAS

- La expresión es $f(g(x))$ con f continua (sen, cos, e^u , ln, arctan, raíz).
- El límite de $g(x)$ es un número L que se calcula con las técnicas anteriores (forma $0/0$, límite al infinito...).

🚫 FRONTERAS

- Si al sustituir directamente obtienes un número (la función de adentro no necesita ninguna técnica): ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1).
- Si el límite de adentro es ∞ o $-\infty$ (por ejemplo, $\arctan(x^2)$ con $x \rightarrow \infty$): ve a «Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente» (1.7-G3).

➡️ CONEXIÓN Usa las plantillas 1.3, 1.4 y 1.7 para calcular el límite de la función de adentro.

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Identifica la función de afuera f y la de adentro $g(x)$. Anota el límite de adentro $L = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ (aún por calcular) y si f es continua en L . Define qué se pide: el valor del límite.

📁 CONTROL ¿La función de afuera es continua en L ? Si no, revisa las fronteras.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límite de una composición Si $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ y f es continua en L , entonces $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(L)$	Permite «meter» el límite dentro de f . Vale también con $x \rightarrow \pm\infty$.
Funciones continuas sen, cos, e^u y arctan en todo $\mathbb{R}$; ln en $(0, \infty)$; $\sqrt{u}$ en $[0, \infty)$	Condición para aplicar la regla.

↗ CONEXIÓN Ficha teórica, tema 1.8: Continuidad.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** la función de afuera f y la de adentro g .

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Calcula** el límite L de la función de adentro (con la plantilla que corresponda).
3. **Aplica** la función de afuera a ese límite.

👉 **CLAVE** Si f es continua en L , el límite «entra» en f : primero adentro, después afuera.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Verifica** que f es continua en L .

☐ **CONTROL** ¿ f es continua en L ? Sí: el resultado es $f(L)$. No: este método no sirve; revisa las fronteras.

5. **Concluye** con el valor del límite.

⚠ **CUIDADO** Da el valor exacto (por ejemplo, $\arctan \frac{2}{3}$ o $\ln 6$), no solo un decimal.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Calculaste bien el límite de adentro?
- ¿ f es continua en ese valor?
- ¿Evaluaste f en el valor correcto?
- ¿Una evaluación numérica cercana confirma el resultado?
- ¿Diste el valor exacto?

Con funciones continuas, el límite atraviesa la función: resuelve lo de adentro y evalúa lo de afuera.

Versión 1 Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x - 1}} + 7$.

Directa

Versión 2 Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} \ln\left(\frac{x^2 - 9}{x - 3}\right)$.

Logaritmo

Versión 3 Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \arctan\left(\frac{x^2 - 4}{3x^2 - 6x}\right)$.

Adentro 0/0

Versión 4 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{2-x}{x+1}}$.

Hacia infinito

Versión 5 ★ Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{\sin 3x}{x}\right)$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.8-G4**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.8-G4**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.8-G4 Límite de una función compuesta usando la continuidad

1. 3: el interior es $x + 1 + 7 \rightarrow 9$ y $\sqrt{9} = 3$.
2. $\ln 6$: el interior es $x + 3 \rightarrow 6$.
3. $\arctan \frac{2}{3}$: el interior es $\frac{x+2}{3x} \rightarrow \frac{2}{3}$.
4. $e^{-1} = \frac{1}{e}$: el exponente tiende a -1 .
5. $\cos 3$: el interior tiende a 3.