

Verificar la continuidad en un punto

CÓDIGO

MAT-CAL 1.8-G1

NIVEL

● Genérico

TIEMPO ESTIMADO

5-10 min por versión por versión

TEMA

1.8 · Continuidad en un punto y tipos de discontinuidad

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante decida si una función es continua en un punto comprobando, en orden, las tres condiciones de la definición.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando te preguntan «¿es f continua en $x = a$?», casi siempre con funciones por tramos o con un valor $f(a)$ definido aparte: por ejemplo, $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ si $x \neq 2$ y $f(2) = 3$. Se espera que compruebes las tres condiciones en orden y digas cuál falla, si falla alguna.

🕒 PISTAS

- Se pregunta «¿es continua en $x = a$?» o «justifica si f es continua en a ».
- La función es por tramos o tiene un valor aislado en $x = a$.
- Se espera un sí o no justificado, no el tipo de discontinuidad.

⊖ FRONTERAS

- Si se pregunta dónde es continua (en qué intervalos): ve a «Hallar los intervalos donde una función es continua» (1.8-G3).
- Si se pide el tipo de discontinuidad: ve a «Clasificar una discontinuidad» (1.8-G2).
- Si hay constantes que ajustar para que sea continua: ve a «Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua» (1-I1).

↗ CONEXIÓN Prerrequisito: «Límite en un punto donde cambia la fórmula» (1.2-G1).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Anota la función f , el punto a y tres datos: el valor $f(a)$ (¿está definido?), el límite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ (¿existe?) y si ambos son iguales. Define qué se pide: un sí o un no con justificación.

☐ CONTROL ¿Comprobarás las condiciones en orden? Si una falla, ya no es continua.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula

Definición de continuidad

f es continua en a si: (1) $f(a)$ está definido; (2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe y es finito; (3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Aplicación aquí

Las tres condiciones se verifican en orden.

Límites laterales

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \iff \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$

Se usan para la condición 2 en funciones por tramos.

↗ CONEXIÓN Ficha teórica, tema 1.8: Continuidad.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Calcula** $f(a)$ con la fórmula que corresponde a $x = a$.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Calcula** los límites laterales en a y decide si el límite existe.

3. **Compara** el límite con $f(a)$.

🔑 CLAVE Las tres condiciones se verifican en orden: en cuanto una falla, la función no es continua en a .

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Decide.**

☐ CONTROL ¿Se cumplen las tres? Sí: continua. No: di cuál falla.

5. **Concluye** nombrando la condición que falla o diciendo que se cumplen las tres.

⚠ CUIDADO Que el límite exista no basta: también debe ser igual a $f(a)$.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Usaste la fórmula correcta para $f(a)$?
- ¿Calculaste ambos laterales?
- ¿Comparaste el límite con $f(a)$?
- ¿Una gráfica rápida confirma tu conclusión?
- ¿Indicaste qué condición falla, si falla alguna?

Continuidad = tres preguntas: ¿existe $f(a)$?, ¿existe el límite?, ¿son iguales? Un solo «no» basta.

Versión 1 Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 1 \\ 2x - 2, & x \geq 1 \end{cases}$. ¿Es continua en $x = 1$?
Directa (por tramos)

Versión 2 Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$. ¿Es continua en $x = 2$?
Valor aislado

Versión 3 ¿Es continua $f(x) = \frac{1}{x - 1}$ en $x = 1$?
Condición 1

Versión 4 Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$. ¿Es continua en $x = 0$?
Trigonométrica

Versión 5 ★ ¿Es continua $f(x) = \llbracket x \rrbracket + \llbracket -x \rrbracket$ en $x = 1$?
Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.8-G1**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.8-G1**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.8-G1 Verificar la continuidad en un punto

1. Sí: $f(1) = 0$ y los dos laterales valen 0.
2. No: el límite es 4 y $f(2) = 3$ (falla la condición 3).
3. No: $f(1)$ no está definida (falla la condición 1).
4. Sí: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 = f(0)$.
5. No: $f(1) = 1 + (-1) = 0$, pero para x cerca de 1 y no entero, $f(x) = -1$; el límite es $-1 \neq f(1)$ (falla la condición 3).