

Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente

CÓDIGO

MAT-CAL 1.7-G3 ● Genérico

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

5-10 min por versión por versión

TEMA

1.7 · Límites al infinito y asíntotas horizontales y oblicuas

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante calcule límites al infinito usando cómo se comportan e^x , $\ln x$ y $\arctan x$ cuando su argumento tiende a $\pm\infty$.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando $x \rightarrow \pm\infty$ y en la expresión hay exponenciales, logaritmos o arcotangentes cuyo argumento crece sin cota: por ejemplo $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$. Se espera que uses cómo se comporta cada función básica al infinito, aunque aparezca dentro de un cociente o de una composición.

PISTAS

- Aparece $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$.
- Hay e^x , e^{-x} , a^x , $\ln x$ o $\arctan x$, y su argumento tiende a $\pm\infty$.

FRONTERAS

- Si solo hay polinomios: ve a «Límite al infinito de una función racional» (1.7-G1).
- Si la expresión es una composición $f(g(x))$ en la que $g(x)$ tiende a un número L y f es continua en L (por ejemplo, $e^{\frac{2-x}{x+1}}$ con $x \rightarrow \infty$): ve a «Límite de una función compuesta usando la continuidad» (1.8-G4).
- Si hay que comparar la rapidez de crecimiento de funciones distintas (por ejemplo, $\frac{e^x}{x^2}$): ve a «Regla de L'Hôpital» (3.9-G1).

 **CONEXIÓN** Prerrequisito (Precálculo): gráficas de e^x , $\ln x$ y $\arctan x$. Relacionado: «Límite de una función compuesta usando la continuidad» (1.8-G4).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Escribe la expresión $f(x)$ y la dirección ($x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$). Anota cuáles funciones trascendentes aparecen (e^x , e^{-x} , $\ln x$, $\arctan x$) y qué se pide: el valor del límite.

 **CONTROL** ¿Anotaste cómo se comporta cada función en la dirección pedida?

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Exponencial $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	El comportamiento cambia según la dirección.
Logaritmo $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = \infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$	Crece sin cota, pero despacio.
Arcotangente $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$	Tiene dos asíntotas horizontales.
Continuidad y composición $\lim_{x \rightarrow \infty} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)\right)$	Vale si f es continua en ese valor; permite «entrar» el límite en $\ln$ o $\arctan$.

↗ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.7: Límites al infinito.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** las funciones trascendentes y la dirección.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Divide** numerador y denominador entre la exponencial dominante (o combina los logaritmos con sus propiedades).

➡ **CLAVE** Divide entre la exponencial que más crece en la dirección pedida: todo lo demás tiende a 0.

3. **Aplica** los límites básicos de cada función.

⚠ **CUIDADO** $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$, no $-\infty$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Revisa** el resultado.

□ **CONTROL** ¿Todos los términos tienen límite conocido? Sí: calcula. No: reescribe (propiedades de los logaritmos, factor común).

5. **Concluye** con el valor del límite.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Usaste el comportamiento correcto según la dirección (∞ o $-\infty$)?
- ¿Dividiste entre la exponencial dominante?
- ¿Aplicaste bien las propiedades de los logaritmos?
- ¿Evaluar en un x grande (en valor absoluto) confirma el valor?
- ¿El resultado es razonable para la función?

Antes de calcular, dibuja mentalmente e^x , $\ln x$ y $\arctan x$: sus gráficas te dicen el límite al infinito.

Versión 1 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (3 + 2e^{-x})$.

Directa

Versión 2 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan(x^2)$.

Composición

Versión 3 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.

Cociente de
exponenciales

Versión 4 Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.

Hacia menos infinito

Versión 5 ★ Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(2x + 1) - \ln(x + 3)]$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.7-G3**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.7-G3**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.7-G3 Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente

1. 3.
2. $\frac{\pi}{2}$.
3. 1 (divide entre e^{2x}).
4. -1 (porque $e^{2x} \rightarrow 0$).
5. $\ln 2$, porque $\ln(2x + 1) - \ln(x + 3) = \ln \frac{2x + 1}{x + 3}$ y $\frac{2x + 1}{x + 3} \rightarrow 2$.