

Límite al infinito con radicales

CÓDIGO

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.7-G2 ● Genérico

10 min por versión por versión

TEMA

1.7 · Límites al infinito y asíntotas horizontales y oblicuas

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante calcule límites al infinito con raíces, controlando el signo cuando $x \rightarrow -\infty$ y resolviendo la forma $\infty - \infty$.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando $x \rightarrow \pm\infty$ y la expresión tiene raíces, en un cociente como $\frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 3}$ o en una resta como $\sqrt{x^2 + x} - x$. Se espera que saques la potencia dominante de la raíz con el signo correcto y que uses el conjugado si aparece la forma $\infty - \infty$.

PISTAS

- Aparece $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$.
- Hay raíces como $\sqrt{x^2 + \dots}$.
- Puede haber una resta de dos términos que crecen (forma $\infty - \infty$).

FRONTERAS

- Si no hay raíces: ve a «Límite al infinito de una función racional» (1.7-G1).
- Si $x \rightarrow a$ (un número) y al sustituir obtienes $0/0$ con raíces: ve a «Forma $0/0$ con radicales: racionalizar» (1.3-G4).
- Si se piden las asíntotas horizontales u oblicuas: ve a «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4).

 CONEXIÓN Prerrequisito: «Límite al infinito de una función racional» (1.7-G1).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Escribe la expresión $f(x)$, la dirección ($x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$) y la forma inicial: ∞/∞ o $\infty - \infty$. Define qué se pide: el valor del límite.

 CONTROL Si la forma es $\infty - \infty$: ¿multiplicaste primero por el conjugado? Si no, hazlo antes de dividir.

 CUIDADO $\infty - \infty$ no es 0: es una indeterminación.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Raíz de un cuadrado $\sqrt{x^2} = x $	Para $x > 0$ es x ; para $x < 0$ es $-x$.
Sacar la potencia de la raíz $\sqrt{x^2 + bx + c} = x \sqrt{1 + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}}$	Vale para $x \neq 0$; permite comparar con el resto de la expresión.
Conjugado $(\sqrt{u} - v)(\sqrt{u} + v) = u - v^2$	Convierte $\infty - \infty$ en un cociente.

↗ CONEXIÓN Ficha teórica, tema 1.7: Límites al infinito.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** la forma (∞/∞ o $\infty - \infty$) y la dirección (∞ o $-\infty$).

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Multiplica** por el conjugado si la forma es $\infty - \infty$.
3. **Saca** la mayor potencia de x de cada raíz.

👉 **CLAVE** $\sqrt{x^2} = |x|$: cuando $x \rightarrow -\infty$, al sacar x de la raíz aparece un signo menos.

4. **Divide** entre la potencia dominante y usa que $\frac{c}{x^n} \rightarrow 0$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Revisa** el signo del resultado.

□ **CONTROL** ¿ $x \rightarrow -\infty$? Comprueba que usaste $|x| = -x$. Si no, corrige.

6. **Concluye** con el valor del límite.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Usaste $|x| = -x$ cuando $x \rightarrow -\infty$?
- ¿Convertiste $\infty - \infty$ con el conjugado antes de dividir?
- ¿Simplificaste bien dentro de las raíces?
- ¿Evaluar en $x = 10^4$ (o en $x = -10^4$) da un valor parecido?
- ¿El signo del resultado es razonable?

Con raíces al infinito hay dos trampas: $\infty - \infty$ no es cero (usa el conjugado) y $\sqrt{x^2} = |x|$ (ojo con $x \rightarrow -\infty$).

Versión 1 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 3}$.

Directa

Versión 2 Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 3}$.

Hacia menos infinito

Versión 3 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$.

Conjugado

Versión 4 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 6x})$.

Conjugado con la raíz restando

Versión 5 ★ Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 4x})$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de 1.7-G2. Escanea el código o entra a [metodoeresolverapi-do.com/m1](https://metodoeresolverapi.do.com/m1) y busca el código 1.7-G2.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.7-G2 Límite al infinito con radicales

1. 2.
2. -2 (para $x < 0$, $\sqrt{4x^2} = -2x$).
3. $\frac{1}{2}$.
4. 3.
5. -2 (conjugado y, al sacar x de la raíz, $|x| = -x$).