

Límite al infinito de una función racional

CÓDIGO

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.7-G1 ● Genérico

5 min por versión por versión

TEMA

1.7 · Límites al infinito y asíntotas horizontales y oblicuas

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante calcule el límite de un cociente de polinomios cuando $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$ comparando los grados y los coeficientes principales.

🕒 Pista 🚫 Frontera ⚠️ Cuidado 🔑 Clave 📁 Control ➡️ Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$ en un cociente de polinomios: por ejemplo $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x}{5x^2 + 2}$. Se espera que decidas el resultado comparando los grados y los coeficientes principales, aunque los polinomios vengan factorizados.

🕒 PISTAS

- Aparece $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$.
- Numerador y denominador son polinomios (sin raíces, exponenciales ni logaritmos).

🚫 FRONTERAS

- Si hay raíces: ve a «Límite al infinito con radicales» (1.7-G2).
- Si hay e^x , $\ln x$ o $\arctan x$: ve a «Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente» (1.7-G3).
- Si se piden las asíntotas horizontales u oblicuas: ve a «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4).
- Si $x \rightarrow a$ (un número): ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1) o, si obtienes $0/0$, a «Forma $0/0$ con polinomios: factorizar» (1.3-G3).

➡️ **CONEXIÓN** Se usa en «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4) y en «Análisis completo de las asíntotas de una función racional» (1-I2).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Para el numerador $N(x)$ y el denominador $D(x)$ anota el **grado** y el **coeficiente principal** (el del término de mayor grado), desarrollando los productos si los polinomios vienen factorizados. Anota también la dirección ($x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$) y que se pide: el valor del límite, que puede ser un número, $+\infty$ o $-\infty$.

📁 **CONTROL** ¿Identificaste el grado y el coeficiente principal de cada polinomio, desarrollando si estaban factorizados?

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Potencias recíprocas $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x^n} = 0$	Con n entero positivo y c constante: los términos de menor grado desaparecen.
Regla de los grados $\text{gr } N < \text{gr } D \Rightarrow 0; \text{gr } N = \text{gr } D \Rightarrow \frac{a_n}{b_m}; \text{gr } N > \text{gr } D \Rightarrow \pm\infty$	a_n y b_m son los coeficientes principales. Si el límite es infinito, el signo sale de los términos principales.
Método general Dividir N y D entre x^m , la mayor potencia de x en D	Justificación formal de la regla.

↗ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.7: Límites al infinito.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** el grado y el coeficiente principal de N y de D .

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Compara** los grados.

🔑 **CLAVE** Al infinito solo mandan los términos de mayor grado: el resto se vuelve despreciable.

3. **Divide** numerador y denominador entre la mayor potencia de x del denominador y usa que $\frac{c}{x^n} \rightarrow 0$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Determina** el signo si el resultado es infinito.

⚠ **CUIDADO** Con $x \rightarrow -\infty$, una potencia impar de x es negativa: revisa el signo del resultado.

5. **Concluye** con el valor del límite.

☐ **CONTROL** ¿El resultado coincide con la regla de los grados? Sí: correcto. No: revisa la división.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Desarrollaste los productos para ver el grado real?
- ¿Comparaste los coeficientes principales correctos?
- ¿Revisaste el signo cuando $x \rightarrow -\infty$?
- ¿Evaluar en $x = 1000$ (o en $x = -1000$) da un valor parecido?
- ¿Escribiste el resultado con la notación correcta?

Al infinito, un polinomio se comporta como su término de mayor grado: compara esos términos y listo.

Versión 1 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x}{5x^2 + 2}$.

Directa

Versión 2 Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^2 - 3}$.

Grado mayor abajo

Versión 3 Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 1}{2x^2 + x}$.

Grado mayor arriba

Versión 4 Halla el valor de a para que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + 3}{2x^2 - x} = 5$.

Incógnita invertida

Versión 5 ★ Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x - 1)^2(x + 3)}{x^3 - 4x + 7}$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.7-G1**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.7-G1**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.7-G1 Límite al infinito de una función racional

1. $\frac{3}{5}$.

2. 0.

3. $-\infty$ (grado 3 sobre grado 2, y $x \rightarrow -\infty$).

4. $\frac{a}{2} = 5$, luego $a = 10$.

5. 4: el término principal del numerador es $4x^3$ y el del denominador, x^3 .