

Hallar las asíntotas verticales de una función

CÓDIGO

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.6-G2 ● Genérico

10 min por versión

TEMA

1.6 · Límites infinitos y asíntotas verticales

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante localice todas las asíntotas verticales de una función y las distinga de las discontinuidades evitables (huecos).

☐ Pista
 ☐ Frontera
 ☐ Cuidado
 ☐ Clave
 ☐ Control
 ☒ Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando te piden **todas** las asíntotas verticales de una función racional, logarítmica o trigonométrica: por ejemplo, de $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$. Se espera que encuentres los candidatos y descartes los que en realidad son huecos, aunque el denominador se anule en varios puntos.

☒ PISTAS

- Se pide «halla las asíntotas verticales» o «¿dónde tiene asíntotas verticales?».
- La función tiene denominadores, logaritmos o tangentes.

☐ FRONTERAS

- Si se pide el **valor de un límite** en un punto concreto: ve a «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1).
- Si se piden asíntotas **horizontales u oblicuas**: ve a «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4).
- Si se piden **todas** las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas) de una función racional: ve a «Análisis completo de las asíntotas de una función racional» (1-I2).

☒ **CONEXIÓN** Usa «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1) para confirmar cada candidato.

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Escribe la función y anota los puntos donde no está definida: son los **candidatos**. Anota también los factores que se cancelan entre numerador y denominador. Define qué se pide: las ecuaciones de las asíntotas verticales y, si lo piden, el comportamiento de la función cerca de cada una.

☐ **CONTROL** ¿Simplificaste la función **antes** de decidir? Si no, cancela primero los factores comunes.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Asíntota vertical $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$ o $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$	Basta uno de los dos para que $x = a$ sea asíntota vertical.
Candidatos Ceros del denominador; $\ln u$ con $u \rightarrow 0^+$; $\tan x$ en $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (k entero)	Dónde buscar.
Hueco $\frac{(x-a)g(x)}{(x-a)h(x)}$ con $h(a) \neq 0$	Si tras cancelar el denominador ya no se anula en a , hay un hueco, no una asíntota.

↗ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.6: Límites infinitos y asíntotas verticales.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

- Encuentra** los candidatos: ceros del denominador, puntos donde el argumento de un logaritmo tiende a 0 y, si hay $\tan x$, los ceros de $\cos x$.

B · PROCESO TÉCNICO

- Simplifica** la expresión cancelando factores comunes.

➡ **CLAVE** Si después de cancelar el denominador ya **no** se anula en a , en $x = a$ hay un **hueco**, no una asíntota.

- Calcula** un límite lateral en cada candidato que quede.

⚠ **CUIDADO** Basta con que **un** lateral sea $\pm\infty$ para que haya asíntota.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

- Decide** para cada candidato.

☐ **CONTROL** ¿Algún lateral es $\pm\infty$? Sí: asíntota vertical. No: hueco u otro tipo de discontinuidad.

- Concluye** con las ecuaciones $x = a$ de las asíntotas.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Revisaste todos los ceros del denominador?
- ¿Cancelaste factores comunes antes de decidir?
- ¿Confirmaste cada asíntota con un límite lateral?
- ¿Una gráfica con software muestra las mismas asíntotas?
- ¿Escribiste las asíntotas como ecuaciones $x = a$?

Denominador cero es **candidato**, no asíntota. Cancela primero: si el denominador aún se anula en a , hay asíntota; si ya no, hay un hueco.

Versión 1 Halla las asíntotas verticales de $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.

Directa

Versión 2 Halla las asíntotas verticales de $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-x-6}$.

Con cancelación

Versión 3 Halla las asíntotas verticales de $f(x) = \ln(x-1)$.

Logarítmica

Versión 4 ¿Tiene asíntotas verticales $g(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$?

Decisión

Versión 5 ★ Halla las asíntotas verticales de $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3-x}$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.6-G2**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.6-G2**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.6-G2 Hallar las asíntotas verticales de una función

1. $x = 2$.
2. Para $x \neq 3$, $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$; asíntota $x = -2$; en $x = 3$ hay un hueco.
3. $x = 1$ (solo por la derecha: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x-1) = -\infty$).
4. No: $x^2 + 1$ nunca se anula.
5. Para $x \neq \pm 1$, $f(x) = \frac{1}{x}$; asíntota $x = 0$; huecos en $x = 1$ y $x = -1$.