

Límite cuando el denominador se anula y el numerador no

CÓDIGO NIVEL TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.6-G1 ● Genérico 10 min por versión

TEMA

1.6 · Límites infinitos y asíntotas verticales

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante reconozca la forma $\frac{L}{0}$ con $L \neq 0$ y use el análisis de signos para decidir si un límite es $+\infty$, $-\infty$ o no existe.

🕒 Pista 🚫 Frontera ⚠️ Cuidado 🔑 Clave 📁 Control ➡️ Conexión

1 RECONOCE Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando, al sustituir $x = a$ en una fracción, **el denominador se anula pero el numerador no**: por ejemplo $\frac{5}{(x-3)^2}$ en $x = 3$. Se espera que decidas si $f(x)$ crece o decrece sin límite al acercarse x a a , aunque el enunciado no mencione asíntotas ni te diga por qué lado acercarte.

🕒 PISTAS

- Al sustituir obtienes **un número distinto de 0 dividido entre 0**.
- El denominador tiene un factor como $(x - a)$ o $(x - a)^2$.
- En la gráfica, una rama sube o baja sin límite junto a la recta $x = a$.

🚫 FRONTERAS

- Si al sustituir obtienes $0/0$: ve a «Forma $0/0$ con polinomios: factorizar» (1.3-G3), «Forma $0/0$ con radicales: racionalizar» (1.3-G4) o «Forma $0/0$ con fracciones: común denominador» (1.3-G5).
- Si el denominador **no** se anula: ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1).
- Si se piden **todas** las asíntotas verticales de una función: ve a «Hallar las asíntotas verticales de una función» (1.6-G2).

➡️ CONEXIÓN Prerrequisito: «Límite en un punto donde cambia la fórmula» (1.2-G1), porque se trabaja con límites laterales.

2 ORGANIZA Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?

Escribe la función como $f(x) = \frac{N(x)}{D(x)}$ y anota el punto a . Indica si se pide un límite lateral ($x \rightarrow a^-$ o $x \rightarrow a^+$) o el bilateral, y calcula el valor del numerador en a : su signo (positivo o negativo) es el dato que más vas a usar. Define qué se pide: el valor del límite ($+\infty$, $-\infty$ o que no existe) o la asíntota vertical.

📁 CONTROL ¿Es $D(a) = 0$ y $N(a) \neq 0$? Si no, revisa las fronteras.

⚠️ CUIDADO Anota si piden un límite **lateral** o el **bilateral**: la respuesta puede cambiar.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límite infinito $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$	f crece o decrece sin cota; no es un número.
Regla de signos de $L/0$ $L > 0, D \rightarrow 0^+ \Rightarrow f \rightarrow +\infty$ $L > 0, D \rightarrow 0^- \Rightarrow f \rightarrow -\infty$	Decide el resultado; si $L < 0$, los signos se invierten.
Límites laterales $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \iff \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$	Igual con $-\infty$. Si los laterales difieren, el bilateral no existe.
Asíntota vertical $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$ o $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$	Basta uno de los dos para que $x = a$ sea asíntota vertical.

↗ CONEXIÓN Ficha teórica, tema 1.6: Límites infinitos y asíntotas verticales.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Sustituye** $x = a$ y comprueba que obtienes $\frac{L}{0}$ con $L \neq 0$.
2. **Identifica** si te piden un límite lateral o el bilateral.

B · PROCESO TÉCNICO

3. **Determina** el signo de $L = N(a)$.
4. **Analiza** el signo del denominador cerca de a , por el lado o los lados que pide el problema.

🔑 CLAVE El signo del denominador a cada lado de a decide si el resultado es $+\infty$ o $-\infty$.

5. **Aplica** la regla de signos.

⚠ CUIDADO Un factor $(x - a)^2$ conserva el signo a ambos lados; un factor $(x - a)$ lo cambia.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

6. **Compara** los laterales si el límite es bilateral.

❏ CONTROL ¿Ambos dan el mismo infinito? Sí: ese es el límite. No: el bilateral no existe.

7. **Concluye** escribiendo el límite y la asíntota vertical $x = a$.

5 COMPROBEA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Obtuviste $\frac{L}{0}$ con $L \neq 0$, y no $0/0$?
- ¿El signo del numerador cerca de a es el que usaste?
- ¿Una tabla con valores muy cercanos a a confirma el signo?
- ¿Distinguiste lateral de bilateral?
- ¿Escribiste el límite y la asíntota vertical?

6 RECUERDA Tip final · ¿Qué no debo olvidar?

Cuando el denominador se anula y el numerador no, el resultado es infinito: los signos deciden si es $+\infty$, $-\infty$ o si el límite no existe.

7 PRACTICA Práctica aplicada · cinco versiones

Versión 1

Directa

Calcula $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{(x-3)^2}$.

Versión 2

Numerador negativo

Calcula $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-4}{x-1}$.

Versión 3

Otra representación

Una tabla muestra $f(1,9) = 100$, $f(1,99) = 10\,000$, $f(1,999) = 10^6$ y $f(2,1) = 100$, $f(2,01) = 10\,000$, $f(2,001) = 10^6$. ¿Qué sugiere sobre $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

Versión 4

Decisión

¿Es cierto que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = +\infty$? Justifica con ambos laterales.

Versión 5 ★

Más exigente

Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{1 - \cos x}$.

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.6-G1**. Escanea el código o entra a **metodoeresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.6-G1**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.6-G1 Límite cuando el denominador se anula y el numerador no

1. $+\infty$.
2. $+\infty$: el numerador tiende a -3 y el denominador a 0^- .
3. Sugiere $+\infty$ por ambos lados; $x = 2$ sería asíntota vertical.
4. Falso: por la izquierda da $-\infty$ y por la derecha $+\infty$; el bilateral no existe.
5. $+\infty$: el numerador tiende a 1 y $1 - \cos x \rightarrow 0^+$ por ambos lados.