

Encontrar δ para un ε dado

CÓDIGO

MAT-CAL 1.5-G1

NIVEL

● Genérico

TIEMPO ESTIMADO

10 min por versión

TEMA

1.5 · Definición formal de límite

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante comprenda el significado operativo de la definición ε - δ calculando un δ concreto para un ε dado.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando te dan un **valor numérico de ε** (o una gráfica con una banda alrededor de L) y te piden un $\delta > 0$ tal que, si $0 < |x - a| < \delta$, entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$; por ejemplo, para $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 1) = 5$ con $\varepsilon = 0,1$. Se espera que encuentres ese δ , aunque el intervalo de x que sirve no sea simétrico alrededor de a .

PISTAS

- Aparece un número concreto: $\varepsilon = 0,1$; $\varepsilon = 0,05$.
- Se pide: «encuentra δ tal que si $0 < |x - a| < \delta$, entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$ ».
- Contexto de tolerancias: «¿con qué precisión debe medirse x para que el error de f sea menor que...?».

FRONTERAS

- Si se pide demostrarlo **para todo** $\varepsilon > 0$, no es este arquetipo: ve a «Demostrar un límite con la definición formal (ε - δ , ε - N o M - δ)» (1.5-T1).
- Si solo se pide **estimar** el valor del límite: ve a «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1) o «Límite a partir de una tabla de valores» (1.1-G2).

 **CONEXIÓN** Prerrequisito: desigualdades con valor absoluto (Precálculo). Después: «Demostrar un límite con la definición formal» (1.5-T1), donde el mismo cálculo se hace para cualquier $\varepsilon > 0$.

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Anota la función $f(x)$, el punto a , el límite L y la tolerancia ε . Define qué se pide: un valor de δ o el mayor δ posible. Antes de seguir, escribe la condición $|f(x) - L| < \varepsilon$ con los datos del problema.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Definición ε-δ $0 < x - a < \delta \Rightarrow f(x) - L < \varepsilon$	El δ garantiza que $f(x)$ queda dentro de la banda $L \pm \varepsilon$.
Valor absoluto $ u < r \iff -r < u < r$	Transforma la condición en un intervalo.
Caso lineal $ mx + b - L = m \cdot x - a \Rightarrow \delta = \frac{\varepsilon}{ m }$	Atajo para $f(x) = mx + b$ con $m \neq 0$ y $L = ma + b$.

↪ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.5: Definición formal de límite.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Escribe** la condición $|f(x) - L| < \varepsilon$ con los datos.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Transforma** la desigualdad hasta dejar $|x - a| < (\text{algo})$, o encuentra el intervalo de x alrededor de a donde se cumple.

🔑 **CLAVE** El objetivo es despejar $|x - a|$ (o hallar el intervalo de x): de ahí sale tu δ .

3. **Acota**, si queda un factor que depende de x : restringe $|x - a| < 1$ y al final toma el mínimo de las dos condiciones.
4. **Elige** δ .

⚠ **CUIDADO** Si el intervalo no es simétrico alrededor de a , toma la **menor** de las dos distancias de a a los extremos.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Comprueba** con un valor de x a menos de δ de a . ¿ $f(x)$ queda dentro de $L \pm \varepsilon$? Sigue. ¿No? Revisa el despeje.
6. **Concluye** indicando δ (cualquier δ positivo menor también sirve).

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Despejaste $|x - a|$ correctamente?
- Si el intervalo era asimétrico, ¿tomaste la menor distancia?
- ¿Comprabaste con un valor concreto de x ?
- ¿Tu δ es positivo?
- ¿Aclaraste que cualquier δ menor también funciona?

δ es una distancia en el eje horizontal que garantiza una distancia menor que ε en el eje vertical. Si dudas, elige la más pequeña.

Versión 1 Para $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 1) = 5$, encuentra δ si $\varepsilon = 0,1$.

Directa (lineal)

Versión 2 Para $\lim_{x \rightarrow 2} (4 - 3x) = -2$, encuentra δ si $\varepsilon = 0,03$.

Pendiente negativa

Versión 3 Para $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} = 2$, encuentra el mayor δ si $\varepsilon = 0,1$.

Intervalo asimétrico

Versión 4 Si para $\lim_{x \rightarrow 1} (5x + 2) = 7$ se usa $\delta = 0,02$, ¿qué ε queda garantizado?

Incógnita invertida

Versión 5 ★ Para $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$, encuentra un δ que funcione si $\varepsilon = 0,05$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.5-G1**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.5-G1**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.5-G1 Encontrar δ para un ε dado

1. $|2x - 6| = 2|x - 3| < 0,1$, luego $\delta = 0,05$.
2. $|6 - 3x| = 3|x - 2| < 0,03$, luego $\delta = 0,01$.
3. $1,9 < \sqrt{x} < 2,1$ da $3,61 < x < 4,41$; las distancias a 4 son 0,39 y 0,41, luego $\delta = 0,39$.
4. $|5x - 5| = 5|x - 1| < 5 \cdot 0,02 = 0,1$, luego $\varepsilon = 0,1$.
5. $|x^2 - 4| = |x - 2||x + 2|$. Con $|x - 2| < 1$ se tiene $|x + 2| < 5$, luego $\delta = \min(1; 0,01) = 0,01$. (El mayor posible es $\sqrt{4,05} - 2 \approx 0,0125$.)