

Forma 0/0 con fracciones: común denominador

CÓDIGO

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.3-G5 ● Genérico

5-10 min por versión

TEMA

1.3 · Cálculo algebraico de límites

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante resuelva una indeterminación 0/0 (o $\infty - \infty$) con fracciones algebraicas reduciéndolas a una sola fracción.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema suele aparecer cuando hay **fracciones dentro de una fracción**, o una resta de fracciones, y al sustituir obtienes 0/0 (o $\infty - \infty$); por ejemplo, $\frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1}$ en $x = 1$. Se espera que saques común denominador, simplifiques y canceles el factor que se anula, aunque el denominador tenga varios factores.

PISTAS

- Aparecen expresiones como $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}{x - a}$.
- Se restan fracciones cuyos denominadores se anulan en a (forma $\infty - \infty$).
- Aparece el cociente de diferencias de una función racional, como $\frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h}$, planteado como límite.

FRONTERAS

- Si no hay fracciones internas y sí polinomios: ve a «Forma 0/0 con polinomios: factorizar» (1.3-G3).
- Si el cociente de diferencias se presenta como pendiente o tasa de cambio: ve a «Derivada por definición» (2.1-G2).

 **CONEXIÓN** Prerrequisito (Precálculo): operaciones con fracciones algebraicas. Si las fracciones contienen raíces, combina con «Forma 0/0 con radicales: racionalizar» (1.3-G4).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Anota la expresión $f(x)$, el punto a y el común denominador que usarás. Comprueba que al sustituir obtienes 0/0 o $\infty - \infty$.

 **CUIDADO** Al restar fracciones, el signo menos afecta a **todo** el numerador de la segunda fracción.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Suma y resta de fracciones $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	Reduce la expresión a una sola fracción.
Fracción compuesta $\frac{A/B}{C} = \frac{A}{BC}$	Elimina la fracción dentro de la fracción.
Funciones que coinciden salvo en a Si $f(x) = g(x)$ para $x \neq a$: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$	Justifica cancelar el factor que se anula.

↗ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.3: Cálculo algebraico de límites.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Sustituye** $x = a$ y confirma la forma $0/0$ o $\infty - \infty$.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Reduce** las fracciones internas a una sola fracción con común denominador.

🔑 **CLAVE** Al juntar todo en una sola fracción, el factor $(x - a)$ aparece en el numerador y se puede cancelar.

3. **Simplifica** la fracción compuesta y factoriza.
4. **Cancela** el factor $(x - a)$ y sustituye $x = a$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Revisa** el resultado. ¿Da un número? Ese es el límite. ¿Sigue indeterminado? Revisa los signos de la resta.
6. **Concluye** con el valor del límite.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿El común denominador es correcto?
- ¿Distribuiste bien el signo menos?
- ¿Cancelaste solo factores?
- ¿Una tabla con x cerca de a da un valor parecido?
- ¿Simplificaste el resultado final?

Fracciones dentro de fracciones → **una sola fracción primero**. El cero que molesta aparece en cuanto juntas todo.

Versión 1 Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x - 2}$.
Directa

Versión 2 Calcula $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3+h} - \frac{1}{3}}{h}$.
Con h

Versión 3 Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$.
Resta ($\infty - \infty$)

Versión 4 Si $f(x) = \frac{1}{x+2}$, calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
Con notación de función

Versión 5 ★ Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x^2 - 9}$.
Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.3-G5**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.3-G5**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.3-G5 Forma 0/0 con fracciones: común denominador

1. Queda $-\frac{1}{2x} \rightarrow -\frac{1}{4}$.
2. Queda $-\frac{1}{3(3+h)} \rightarrow -\frac{1}{9}$.
3. Queda $\frac{1}{x+1} \rightarrow \frac{1}{2}$.
4. Queda $-\frac{1}{2(x+2)} \rightarrow -\frac{1}{4}$.
5. Queda $-\frac{1}{3x(x+3)} \rightarrow -\frac{1}{54}$.