

Forma 0/0 con radicales: racionalizar

CÓDIGO

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.3-G4 ● Genérico

5-10 min por versión

TEMA

1.3 · Cálculo algebraico de límites

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante resuelva un límite de la forma 0/0 en el que la raíz causa el cero, multiplicando por el conjugado.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando, al sustituir $x = a$, obtienes $0/0$ y la expresión que se anula contiene una **raíz**: por ejemplo, $\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ en $x = 4$, donde el numerador $\sqrt{x}-2$ se anula. Se espera que multipliques por el conjugado para quitar la raíz del lugar que produce el cero, aunque la raíz esté en el denominador o haya dos raíces.

PISTAS

- Al sustituir $x = a$ obtienes $0/0$.
- Aparece una expresión como $\sqrt{u}-b$ o $\sqrt{u}-\sqrt{v}$ que vale 0 en $x = a$.

FRONTERAS

- Si no hay raíces, no es este arquetipo: ve a «Forma 0/0 con polinomios: factorizar» (1.3-G3).
- Si $x \rightarrow \infty$ en lugar de $x \rightarrow a$: ve a «Límite al infinito con radicales» (1.7-G2).
- Si el cociente es $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ y se presenta como pendiente o tasa de cambio: ve a «Derivada por definición» (2.1-G2).

 **CONEXIÓN** Prerrequisito: «Forma 0/0 con polinomios» (1.3-G3). Después de racionalizar casi siempre hay que cancelar un factor $(x-a)$.

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Anota la expresión $f(x)$, el punto a , la parte con radical que se anula y su conjugado. Comprueba que al sustituir obtienes $0/0$.

 **CUIDADO** Multiplica **numerador y denominador** por el conjugado, no solo una parte.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Conjugado $(\sqrt{u} - b)(\sqrt{u} + b) = u - b^2$	Elimina la raíz cuadrada de la expresión que se anula.
Dos raíces $(\sqrt{u} - \sqrt{v})(\sqrt{u} + \sqrt{v}) = u - v$	Mismo principio con dos radicales.
Raíz cúbica $(\sqrt[3]{u} - b)(\sqrt[3]{u^2} + b\sqrt[3]{u} + b^2) = u - b^3$	Versión para raíces cúbicas (diferencia de cubos).

↗ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.3: Cálculo algebraico de límites.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Sustituye** $x = a$ y confirma la forma $0/0$.
2. **Localiza** la expresión con radical que se anula y escribe su conjugado.

B · PROCESO TÉCNICO

3. **multiplica** numerador y denominador por el conjugado.

🔑 **CLAVE** Al multiplicar por el conjugado, la raíz desaparece del lugar donde estaba el cero y aparece el factor $(x - a)$.

4. **Simplifica** la parte sin raíz y cancela $(x - a)$.

⚠ **CUIDADO** Deja el conjugado *sin desarrollar* en la otra parte: solo sirve para sustituir al final.

5. **Sustituye** $x = a$ en la expresión simplificada.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

6. **Revisa** el resultado. ¿Sigue dando $0/0$? Revisa la simplificación. ¿Da un número? Ese es el límite.
7. **Concluye** con el valor del límite.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Multiplicaste arriba y abajo por el mismo conjugado?
- ¿Aplicaste bien la diferencia de cuadrados?
- ¿Cancelaste el factor $(x - a)$?
- ¿Una tabla con x cerca de a da un valor parecido?
- ¿Simplificaste el resultado final?

Raíz que causa el cero → **conjugado**. Después del conjugado casi siempre aparece $(x - a)$: **cancelalo y sustituye**.

Versión 1 Calcula $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$.

Directa

Versión 2 Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$.

Con desplazamiento

Versión 3 Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$.

Radical en el
denominador

Versión 4 Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3x-2}}{x-2}$.

Dos radicales

Versión 5 ★ Calcula $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.3-G4**. Escanea el código o entra a **metodoeresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.3-G4**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.3-G4 Forma 0/0 con radicales: racionalizar

1. $\frac{1}{4}$.
2. $\frac{1}{6}$.
3. 4.
4. $-\frac{1}{2}$.
5. $\frac{1}{12}$, porque $x - 8 = (\sqrt[3]{x} - 2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)$.