

Forma 0/0 con polinomios: factorizar

CÓDIGO

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.3-G3 ● Genérico

5-10 min por versión

TEMA

1.3 · Cálculo algebraico de límites

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante resuelva una indeterminación 0/0 entre polinomios factorizando y cancelando el factor común.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema aparece cuando, al sustituir $x = a$ en un cociente de polinomios, obtienes 0/0; por ejemplo, $\frac{x^2 - 1}{x - 1}$ en $x = 1$. Se espera que factorices, canceles el factor que se anula y vuelvas a sustituir, aunque la factorización no sea inmediata.

🕒 PISTAS

- Al sustituir $x = a$ obtienes 0/0.
- Numerador y denominador son polinomios, sin raíces ni fracciones internas.
- Como $N(a) = 0$ y $D(a) = 0$, el factor $(x - a)$ aparece en ambos.

⊖ FRONTERAS

- Si hay raíces, no es este arquetipo: ve a «Forma 0/0 con radicales: racionalizar» (1.3-G4).
- Si hay fracciones dentro de fracciones: ve a «Forma 0/0 con fracciones: común denominador» (1.3-G5).
- Si hay funciones trigonométricas: ve a «Límite que se reduce a $\sin(u)/u$ o a $(1 - \cos u)/u$ » (1.4-G1).
- Si el cociente es $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ y se presenta como pendiente o tasa de cambio: ve a «Derivada por definición» (2.1-G2).

 **CONEXIÓN** Prerrequisito de Precálculo: factorización y división sintética. Versión frecuente: el cociente de diferencias $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ con f polinómica, que reaparece en el tema 2.1.

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Antes de calcular, anota lo que tienes. Basta con cinco datos: el numerador $N(x)$, el denominador $D(x)$, el punto de interés a , los valores $N(a)$ y $D(a)$, y qué se pide (aquí, el valor del límite). Si $N(a) = 0$ y $D(a) = 0$, estás en el arquetipo correcto; si no, revisa las fronteras.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Teorema del factor $P(a) = 0 \Rightarrow P(x) = (x - a)Q(x)$	Garantiza que $(x - a)$ se puede extraer de N y de D .
Productos notables $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	Son las factorizaciones más frecuentes.
Funciones que coinciden salvo en a Si $f(x) = g(x)$ para $x \neq a$, entonces $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$.	Justifica cancelar $(x - a)$: el límite no mira lo que pasa en $x = a$.

↪ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.3: Cálculo algebraico de límites.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Sustituye** $x = a$ y confirma la forma $0/0$.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Factoriza** numerador y denominador, extrayendo $(x - a)$.

🔑 **CLAVE** Si sale $0/0$, el factor $(x - a)$ está en ambos: búscalo con productos notables o con división sintética.

3. **Cancela** el factor $(x - a)$.

⚠ **CUIDADO** Solo se cancelan *factores* (lo que multiplica), nunca términos que se suman.

4. **Sustituye** $x = a$ en la expresión simplificada.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Revisa** el nuevo resultado. ¿Vuelve a dar $0/0$? Factoriza otra vez (raíz doble). ¿Da $L/0$ con $L \neq 0$? Ve a 1.6-G1. ¿Da un número? Ese número es el límite.
6. **Concluye** con el valor del límite.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

Verifica el resultado por un camino distinto al que usaste:

- ¿Al multiplicar tus factores recuperas el polinomio original?
- ¿Cancelaste solo factores comunes?
- ¿Sustituiste en la expresión ya simplificada?
- ¿Una tabla con x cerca de a da un valor parecido? Con $x = 2,99$ y $x = 3,01$ obtienes 5,99 y 6,01.
- ¿Escribiste el límite con la notación correcta?

El 0/0 no es la respuesta: es una pista. Te dice que $(x - a)$ está escondido arriba y abajo. Encuéntralo y elimínalo.

7 PRACTICA Práctica aplicada · cinco versiones

Cinco versiones del mismo arquetipo. Haz la primera con este capítulo abierto; las versiones 2 a 4, sin mirar la resolución; la ★ es el reto. Las respuestas están al final del libro.

Versión 1 Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.

Directa

Versión 2 Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$.

Cubos

Versión 3 Calcula $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2 + h)^2 - 4}{h}$.

Otra variable

Versión 4 Calcula $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$.

Trinomios

Versión 5 ★ Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de 1.3-G3. Escanea el código o entra a metodoeresolverapi-do.com/m1 y busca el código 1.3-G3.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.3-G3 Forma 0/0 con polinomios: factorizar

1. 6.
2. $\frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} \rightarrow \frac{12}{4} = 3$.
3. 4.
4. $\frac{x + 2}{x - 1} \rightarrow -\frac{1}{2}$.
5. $\frac{(x - 1)^2(x + 2)}{(x - 1)^2} = x + 2 \rightarrow 3$ (raíz doble: hay que cancelar $(x - 1)$ dos veces).