

Límite de una combinación de funciones cuyos límites se conocen

CÓDIGO

NIVEL

TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.3-G2 ● Genérico

5 min por versión

TEMA

1.3 · Cálculo algebraico de límites

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante aplique las leyes de los límites cuando solo conoce los límites de las funciones, no sus fórmulas.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema suele aparecer cuando **no te dan fórmulas**, sino los límites de algunas funciones (o sus gráficas), y te piden el límite de una combinación de ellas; por ejemplo, hallar $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + 2g(x)]$ sabiendo que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 5$. Se espera que apliques las leyes de los límites paso a paso y que detectes cuándo alguna ley no se puede usar.

PISTAS

- Aparecen frases como «sabiendo que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 4$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -2$ ».
- Se dan las gráficas de f y g y se pide el límite de una suma, producto o cociente.
- Al revés: se conoce el límite de una expresión que contiene a f y se pide $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.

FRONTERAS

- Si tienes la **fórmula** de las funciones, no es este arquetipo: ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1).
- Si hay una sola función dada por su gráfica: ve a «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1).

 **CONEXIÓN** Prerrequisito: «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1), para leer los límites en las gráficas.

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Anota el límite de cada función conocida ($\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ y, si los hay, otros) y la expresión cuyo límite se pide. Define qué se pide: el valor del límite, decidir si las leyes se pueden aplicar, o un límite desconocido.

 **CUIDADO** Antes de seguir, ¿todos los límites que vas a usar existen y son finitos? Si no, las leyes no se aplican directamente.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Suma y múltiplo $\lim_{x \rightarrow a} [f \pm g] = L \pm M$; $\lim_{x \rightarrow a} [c f] = c L$	Aquí $L = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y $M = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, ambos finitos. Separan la expresión en partes conocidas.
Producto y potencia $\lim_{x \rightarrow a} [f g] = L M$; $\lim_{x \rightarrow a} f^n = L^n$	Se aplican si cada límite existe.
Cociente y raíz $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f}{g} = \frac{L}{M}$ si $M \neq 0$; $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f} = \sqrt[n]{L}$	El cociente exige $M \neq 0$; la raíz de índice par, $L > 0$.

↪ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.3: Cálculo algebraico de límites.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Anota** el valor de cada límite conocido (léelo de la gráfica si es necesario).
2. **Identifica** qué operaciones combinan las funciones en la expresión pedida.

B · PROCESO TÉCNICO

3. **Aplica** la ley que corresponde a cada operación.

🔑 **CLAVE** Las leyes solo valen si *cada límite individual existe y es finito*.

4. **Sustituye** los valores conocidos y calcula.

⚠ **CUIDADO** La ley del cociente no se aplica si el límite del denominador es 0.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Revisa** si alguna ley falló. ¿El denominador tiende a 0 o algún límite no existe? No concluyas con las leyes: describe qué información falta.
6. **Concluye** con el valor o con la justificación de por qué no se puede calcular.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Usaste solo los límites dados, sin inventar fórmulas?
- ¿Nombraste la ley usada en cada paso?
- ¿Comprobaste que ningún denominador tiende a 0?
- ¿Hiciste bien las operaciones con signos y potencias?
- ¿Respondiste exactamente lo que se pedía?

Piensa en los límites como **números que se combinan**: si todos existen, operas con ellos como con números; si uno falla, la ley no sirve.

Versión 1 Si $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 4$ y $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = -2$, calcula $\lim_{x \rightarrow -2} [3f(x) - g(x)]$.

Directa

Versión 2 Con los mismos datos, calcula $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x)g(x) + f(x)^2]$.

Producto y potencia

Versión 3 En las gráficas se lee: $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$ y $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -1$. Calcula $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) + g(x)]$.

Otra representación

Versión 4 Si $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 1$, ¿cuánto vale $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

Incógnita invertida

Versión 5 ★ Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 3$, ¿puedes calcular $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)}$ con las leyes? Justifica.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.3-G2**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.3-G2**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.3-G2 Límite de una combinación de funciones cuyos límites se conocen

- $3 \cdot 4 - (-2) = 14$.
- $4 \cdot (-2) + 4^2 = 8$.
- Los laterales de f coinciden, así que $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$; el resultado es $2 + (-1) = 1$.
- Para $x \neq 2$, $f(x) = 5 + (x - 2) \cdot \frac{f(x) - 5}{x - 2}$; luego $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5 + 0 \cdot 1 = 5$.
- No: el denominador tiende a 0 y el numerador a 3 (forma $L/0$), así que la ley del cociente no se aplica. El cociente crece sin cota en valor absoluto, de modo que el límite no es un número; para decidir si es $+\infty$, $-\infty$ o no existe hace falta el signo de f cerca de a : ve a «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1).