

Límite en un punto donde cambia la fórmula

CÓDIGO

MAT-CAL 1.2-G1

NIVEL

● Genérico

TIEMPO ESTIMADO

10 min por versión

TEMA

1.2 · Límites laterales

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante use los límites laterales para decidir si un límite existe cuando la función cambia de fórmula en $x = a$.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema suele aparecer cuando la función tiene **una fórmula a cada lado** de un punto —funciones por tramos, valor absoluto o parte entera— y te preguntan por el límite justo en ese punto; por ejemplo, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$. Se espera que calcules cada límite lateral con la fórmula que corresponde, aunque $f(a)$ esté definido con una tercera fórmula.

PISTAS

- La función está definida por tramos, con condiciones como $x < a$ y $x \geq a$.
- Aparece $|x - a|$, o $|g(x)|$ con $g(a) = 0$.
- Aparece la parte entera $\llbracket x \rrbracket$ con a entero.

FRONTERAS

- Si a **no** es el punto donde cambia la fórmula, no es este arquetipo: ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1), con la fórmula que rige cerca de a .
- Si te piden **constantes** para que el límite exista o la función sea continua: ve a «Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua» (1-I1).

 **CONEXIÓN** Prerrequisito: «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Escribe la función con sus dos (o tres) fórmulas y las condiciones de cada una; identifica el punto a donde cambia; anota la fórmula a la izquierda ($x < a$) y a la derecha ($x > a$); y define qué se pide: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ o si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe. Si hay valor absoluto o parte entera, reescríbelo por tramos *antes* de seguir.

 **CUIDADO** Para $x < a$, $|x - a| = -(x - a)$. Olvidar el signo menos es el error más común.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límites laterales $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	Cada uno se calcula con la fórmula de su lado.
Criterio de existencia $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \iff \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$	Decide si el límite existe.
Valor absoluto $ u = \begin{cases} u & \text{si } u \geq 0 \\ -u & \text{si } u < 0 \end{cases}$	Permite escribir $ x - a $ por tramos.
Parte entera $\llbracket x \rrbracket = n$ si $n \leq x < n + 1$, con n entero	Por la izquierda de un entero n vale $n - 1$; por la derecha, n .

↗ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.2: Límites laterales.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** la fórmula que rige a cada lado de a (reescribe $|\cdot|$ o $\llbracket \cdot \rrbracket$ por tramos).

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Calcula** $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ usando solo la fórmula de la izquierda.

🔑 **CLAVE** Cada lateral se calcula *solo* con la fórmula de su lado; el valor $f(a)$ no interviene.

3. **Calcula** $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ usando solo la fórmula de la derecha.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Compara** los dos laterales. ¿Son iguales? El límite existe y vale eso. ¿No lo son? El límite no existe.
5. **Concluye** escribiendo los tres límites (izquierdo, derecho y bilateral).

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Usaste la fórmula correcta a cada lado?
- ¿Escribiste el valor absoluto con el signo correcto a cada lado?
- ¿Evitaste usar $f(a)$ para calcular el límite?
- ¿Una gráfica rápida de los dos tramos confirma tu resultado?
- ¿Diste los dos laterales y la conclusión sobre el bilateral?

En un punto donde cambia la fórmula, divide el problema en dos: un límite por cada lado. El límite existe solo si los dos lados se ponen de acuerdo.

Versión 1 Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 2 \\ 3x - 1 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$ Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.
Directa

Versión 2 Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 3|}{x - 3}$.
Valor absoluto

Versión 3 Calcula $\lim_{x \rightarrow 2^-} \lfloor x \rfloor$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} \lfloor x \rfloor$ y $\lim_{x \rightarrow 2,5} \lfloor x \rfloor$.
Parte entera

Versión 4 Sea $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ -x + 3 & \text{si } x > 1. \end{cases}$ Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ y compáralo con $f(1)$.
Con valor aislado

Versión 5 ★ Calcula $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{|x + 2|}$.
Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.2-G1**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1.2-G1**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1.2-G1 Límite en un punto donde cambia la fórmula

1. Por la izquierda $2^2 + 1 = 5$ y por la derecha $3 \cdot 2 - 1 = 5$: el límite es 5.
2. Por la izquierda -1 y por la derecha 1 : el límite no existe.
3. 1, 2 y 2 (en 2,5 la fórmula no cambia).
4. Ambos laterales valen 2: el límite es 2, distinto de $f(1) = 3$.
5. Como $x^2 + 2x = x(x + 2)$, por la izquierda la expresión vale $-x \rightarrow 2$ y por la derecha $x \rightarrow -2$: el límite no existe.