

Hallar parámetros para que un límite exista y tenga un valor dado

CÓDIGO

MAT-CAL 1-X1

NIVEL

★ Desafío

TIEMPO ESTIMADO

15-20 min por versión por versión

TEMA

Límites y continuidad (arquetipo del módulo)

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante halle los parámetros de una sola expresión para que su límite exista (sea finito) o tenga un valor dado, razonando qué condición necesaria impone la forma del límite.

🕒 Pista 🚧 Frontera ⚠ Cuidado 🔑 Clave 📁 Control ➡ Conexión

1 RECONOCE Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando un solo límite (una sola expresión, sin tramos) tiene constantes desconocidas y te piden los valores que hacen que el límite exista o tenga un valor concreto. Se espera que descubras qué condición necesaria impone el enunciado, incluso si no hay un procedimiento fijo para encontrarla. Ejemplo mínimo: halla a para que exista $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - a}{x - 3}$.

🕒 PISTAS

- El límite de una sola expresión contiene constantes $a, b, k, \dots$; no se habla de $f(a)$ ni de continuidad.
- Se pide «¿para qué valor existe el límite?» o «halla a y b tales que el límite valga 3».

🚧 FRONTERAS

- Si las constantes están en una función por tramos (o en un valor aparte $f(a) = k$) y se pide que sea continua: ve a «Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua» (1-I1).
- Si el límite no tiene constantes por determinar: ve a la plantilla G de ese tipo de límite (temas 1.3, 1.4 o 1.7).

➡ CONEXIÓN Usa las técnicas de 1.3 (0/0), 1.4 (trigonométricos) y 1.7 (al infinito) una vez halladas las condiciones.

2 ORGANIZA Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?

Escribe el límite (con $x \rightarrow _$), anota los parámetros y la condición pedida: que exista, o que valga un número dado. Define qué se pide: el valor de los parámetros o el del límite.

📁 CONTROL ¿Sustituiste para ver qué forma aparece ($\frac{L}{0}$, $\frac{0}{0}$, $\infty - \infty$)?

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Heurística clave Denominador $\rightarrow 0$ y límite finito $\Rightarrow$ numerador $\rightarrow 0$	Da la primera ecuación.
Heurísticas generales explorar casos · plantear condiciones necesarias · reducir a un tipo conocido · verificar	Guían la búsqueda cuando no hay procedimiento fijo.

↗ CONEXIÓN Fichas teóricas, temas 1.3, 1.4 y 1.7.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · EXPLORA

1. **Sustituye** y observa qué forma aparece con los parámetros.

B · ELIGE UNA ESTRATEGIA

2. **Plantea** la condición necesaria para que el límite sea finito.

🔑 **CLAVE** Si el denominador tiende a 0 y el límite es finito, el numerador también debe tender a 0: esa es tu primera ecuación.

3. **Reduce** el problema a un arquetipo conocido (factorizar, racionalizar...) y calcula el límite en función de los parámetros.

⚠ **CUIDADO** La condición necesaria no siempre basta: calcula el límite para confirmar.

4. **Resuelve** las ecuaciones para los parámetros.

C · VERIFICA

5. **Sustituye** los parámetros y calcula el límite.

☐ **CONTROL** ¿El límite existe y vale lo pedido? Sí: listo. No: revisa las condiciones.

6. **Concluye** con los valores de los parámetros.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Explicaste de dónde sale cada ecuación?
- ¿Comprobaste que la condición necesaria basta?
- ¿Calculaste el límite con los parámetros hallados?
- ¿Una evaluación numérica confirma el valor?
- ¿Consideraste si hay más de una solución?

Cuando no sabes por dónde empezar, pregúntate: ¿qué tendría que pasar para que el límite fuera finito?

Versión 1

Halla a para que exista $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 2}$ y calcula el límite.

Directa

Versión 2

Halla a y b tales que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 3$.

Dos parámetros

Versión 3

Halla a y b tales que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - 2}{x} = 1$.

Con radicales

Versión 4

Halla a tal que $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x) = 3$.

Al infinito

Versión 5 ★

Halla a tal que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{x^2} = 8$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1-X1**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1-X1**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1-X1 Hallar parámetros para que un límite exista y tenga un valor dado

1. $4 + 2a - 6 = 0$, luego $a = 1$. Como $\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$, el límite es 5.
2. $1 + a + b = 0$, así que $x^2 + ax + b = (x - 1)(x + 1 + a)$ y el límite vale $2 + a = 3$: $a = 1$ y $b = -2$.
3. El numerador debe tender a 0: $\sqrt{b} = 2$, luego $b = 4$. Al racionalizar, el límite es $\frac{a}{4} = 1$, luego $a = 4$.
4. $\sqrt{x^2 + ax} - x = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + ax} + x} \rightarrow \frac{a}{2} = 3$, luego $a = 6$.
5. El límite vale $\frac{a^2}{2} = 8$, luego $a = 4$ o $a = -4$.