

Esbozar una gráfica que cumpla condiciones de límites

CÓDIGO

MAT-CAL 1-I3

NIVEL

◆ Integrador

TIEMPO ESTIMADO

10-15 min por versión por versión

TEMA

Límites y continuidad (arquetipo del módulo)

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante traduzca condiciones analíticas (límites, valores, continuidad) a rasgos de una gráfica.

🕒 Pista 🚫 Frontera ⚠️ Cuidado 🔑 Clave ☐ Control ➡️ Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema suele aparecer cuando te dan una lista de condiciones —valores de f , límites laterales, límites al infinito— y te piden dibujar una función que las cumpla. Se espera que traduzcas cada condición a un rasgo de la gráfica, incluso si hay muchas gráficas posibles. Ejemplo mínimo: «esboza f con $f(0) = 1$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$ ».

🕒 PISTAS

- El enunciado es una lista de condiciones: $f(a) = \dots$, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \dots$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \dots$
- Se pide «esboza la gráfica de una función que cumpla...» o «da una fórmula que cumpla...».
- Variante: «da un ejemplo de función con una discontinuidad removible (o de salto) en $x = a$ ».

🚫 FRONTERAS

- Si te dan la fórmula y piden analizar la gráfica: ve a «Análisis completo de las asíntotas de una función racional» (1-I2).
- Si te dan la gráfica y piden los límites: ve a «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1).

➡️ **CONEXIÓN** Es el problema inverso de «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Clasifica las condiciones en tres grupos: sobre valores ($f(a) = \dots$), laterales ($\lim_{x \rightarrow a^\pm} f(x) = \dots$) y al infinito ($\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \dots$). Define qué se pide: un esbozo de la gráfica o una fórmula que cumpla las condiciones.

☐ **CONTROL** ¿Las condiciones son compatibles entre sí (no se contradicen)? Si no, revisa el enunciado.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Traducción de condiciones $f(a) = b \rightarrow$ punto relleno; $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \neq f(a) \rightarrow$ hueco en (a, b) ; un lateral $\pm\infty \rightarrow$ asíntota vertical; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = L \rightarrow$ asíntota horizontal $y = L$	Diccionario entre el lenguaje analítico y el gráfico.
Funciones modelo $\frac{1}{x-a}$ (signos opuestos a cada lado de a); $\frac{1}{(x-a)^2}$ (mismo signo); $L + e^{-x}$ (tiende a L cuando $x \rightarrow \infty$)	Ayudan a dar una fórmula.

↗ **CONEXIÓN** Fichas teóricas, temas 1.1, 1.2, 1.6 y 1.7.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · DESCOMPÓN

1. **Traduce** cada condición a un rasgo gráfico (punto, hueco, asíntota, salto).

B · RESUELVE CADA PARTE

2. **Dibuja** primero las asíntotas y los puntos fijos.

🔑 **CLAVE** Dibuja primero lo que no se negocia (asíntotas y puntos); después une con curvas suaves.

3. **Une** los rasgos con curvas simples, respetando cada límite lateral.

⚠ **CUIDADO** No agregues rasgos que el enunciado no pide (saltos o asíntotas extra).

C · INTEGRA

4. **Revisa** condición por condición sobre tu gráfica.

☐ **CONTROL** ¿Tu gráfica cumple todas las condiciones? Marca cada una.

5. **Concluye** presentando el esbozo (y una fórmula, si se pide).

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Cada condición aparece en la gráfica?
- ¿Los puntos rellenos y vacíos están bien marcados?
- ¿Las asíntotas están dibujadas con línea punteada?
- ¿Evitaste rasgos no pedidos?
- Si diste una fórmula, ¿comprobaste sus límites?

Hay muchas respuestas correctas: lo que se evalúa es que cada condición esté bien traducida.

7 PRACTICA Práctica aplicada · cinco versiones

Versión 1 Esboza f con $f(0) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$ y $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$.

Directa

Versión 2 Esboza f con $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$.

Asintota doble

Versión 3 Esboza f con $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$.

Signos opuestos

Versión 4 Da una fórmula de f con $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$.

Fórmula en lugar de
gráfica

Versión 5 ★ Esboza f con $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3$, $f(0) = 3$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, con f continua salvo en $x = 0$.

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1-I3**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1-I3**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1-I3 Esbozar una gráfica que cumpla condiciones de límites

- Salto en $x = 0$: la rama izquierda llega a $(0, 2)$ con un punto vacío; la rama derecha empieza en $(0, 1)$ con un punto relleno.
- Por ejemplo, $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$.
- Por ejemplo, $f(x) = 1 + \frac{1}{x+2}$.
- Por ejemplo, $f(x) = 2 + \frac{1}{(x-1)^2}$.
- Asíntota vertical en $x = 0$ solo por la izquierda: la rama izquierda sale de $y = 0$ y cae a $-\infty$ al acercarse a 0; la rama derecha parte de $(0, 3)$ (punto relleno) y baja hacia $y = -1$.