

Análisis completo de las asíntotas de una función racional

CÓDIGO

MAT-CAL 1-I2

NIVEL

♦ Integrador

TIEMPO ESTIMADO

15-20 min por versión por versión

TEMA

Límites y continuidad (arquetipo del módulo)

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante integre límites infinitos, límites al infinito y simplificación para describir todas las asíntotas y huecos.

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
  Control
  Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema suele aparecer cuando te piden todas las asíntotas de una función racional y su comportamiento cerca de ellas, a menudo como paso previo para graficarla. Se espera que separes los huecos de las asíntotas y combines el análisis vertical con el horizontal u oblicuo. Ejemplo mínimo: $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$ tiene un hueco en $x = 1$ y una asíntota vertical en $x = -1$.

PISTAS

- Se pide «encuentra todas las asíntotas» o «describe el comportamiento de la gráfica».
- La función es un cociente de polinomios, a veces con factores comunes.

FRONTERAS

- Si solo se piden las asíntotas verticales: ve a «Hallar las asíntotas verticales de una función» (1.6-G2).
- Si solo se piden las horizontales u oblicuas: ve a «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4).
- Si te dan condiciones y piden dibujar una función que las cumpla: ve a «Esbozar una gráfica que cumpla condiciones de límites» (1-I3).

 CONEXIÓN Combina: 1.6-G2 (verticales) + 1.6-G1 (laterales) + 1.7-G4 (horizontales y oblicuas).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Prepara un resumen con cuatro renglones: la función simplificada, los huecos ($x = \underline{\quad}$), las asíntotas verticales ($x = \underline{\quad}$) y la asíntota horizontal u oblicua ($y = \underline{\quad}$). Define qué se pide: todas las asíntotas, los huecos o el comportamiento cerca de las verticales.

 CONTROL ¿Factorizaste y simplificaste antes de buscar asíntotas?

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Hueco frente a asíntota Factor que se cancela $\Rightarrow$ hueco; factor que queda en el denominador $\Rightarrow$ asíntota vertical	Primera decisión del análisis.
Horizontal $\text{gr } N \leq \text{gr } D \Rightarrow y = L$ ($L = 0$ si el grado de N es menor; cociente de los coeficientes principales si son iguales)	Comportamiento al infinito.
Oblicua $\text{gr } N = \text{gr } D + 1 \Rightarrow y = mx + b$, el cociente de la división de N entre D	Comportamiento al infinito.

↗ **CONEXIÓN** Fichas teóricas, temas 1.6 y 1.7.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · DESCOMPÓN

1. **Factoriza** y simplifica la función.

🔑 **CLAVE** Simplificar primero separa los huecos (factores que se cancelan) de las asíntotas (factores que quedan).

B · RESUELVE CADA PARTE

2. **Halla** las asíntotas verticales y el signo de f a cada lado (1.6-G2 y 1.6-G1).
3. **Halla** la asíntota horizontal u oblicua (1.7-G4).
4. **Calcula** la ordenada de cada hueco.

⚠ **CUIDADO** Usa la expresión simplificada, no la original: en el hueco, la original da $0/0$.

C · INTEGRA

5. **Reúne** todo en un resumen.

☐ **CONTROL** ¿Cada cero del denominador original quedó clasificado como hueco o asíntota?

6. **Concluye** con la lista de asíntotas, huecos y comportamiento.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Clasificaste cada cero del denominador?
- ¿Diste las coordenadas de los huecos?
- ¿Indicaste el signo de f a cada lado de las asíntotas verticales?
- ¿Una gráfica con software coincide con tu análisis?
- ¿Revisaste $x \rightarrow \infty$ y $x \rightarrow -\infty$?

Orden de trabajo: simplifica → verticales → horizontal u oblicua → huecos. Así nada se escapa.

7 PRACTICA Práctica aplicada · cinco versiones

Versión 1 <i>Directa</i>	Analiza las asíntotas de $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$.
Versión 2 <i>Con oblicua</i>	Analiza las asíntotas de $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$.
Versión 3 <i>Con hueco</i>	Analiza las asíntotas y los huecos de $f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 4}$.
Versión 4 <i>Dos verticales y oblicua</i>	Analiza las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x - 2}$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Analiza por completo $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 4x + 3}$: asíntotas, huecos y signo cerca de las verticales.

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1-I2**. Escanea el código o entra a **metodoresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1-I2**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1-I2 Análisis completo de las asíntotas de una función racional

1. Verticales $x = -1$ y $x = 1$; horizontal $y = 2$.
2. Vertical $x = 1$; oblicua $y = x + 1$.
3. $f(x) = \frac{1}{x + 2}$ para $x \neq -2$: vertical $x = -2$; horizontal $y = 0$; hueco en $(2, \frac{1}{4})$.
4. Verticales $x = -1$ y $x = 2$; oblicua $y = x + 1$.
5. $f(x) = \frac{x}{x - 3}$ para $x \neq 1$: vertical $x = 3$ ($f \rightarrow -\infty$ por la izquierda y $f \rightarrow +\infty$ por la derecha); horizontal $y = 1$; hueco en $(1, -\frac{1}{2})$.