

Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua

CÓDIGO

MAT-CAL 1-I1

NIVEL

♦ Integrador

TIEMPO ESTIMADO

10–15 min por versión por versión

TEMA

Límites y continuidad (arquetipo del módulo)

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante halle las constantes (o el valor $f(a)$) que hacen continua una función definida por tramos, planteando una ecuación de continuidad en cada punto de unión.



Pista



Frontera



Cuidado



Clave



Control



Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema suele aparecer cuando una función definida por tramos (o con un valor aparte $f(a) = k$) tiene constantes desconocidas y te piden los valores que la hacen continua, o que hacen que exista el límite en la unión. Se espera que plantees una ecuación por cada punto de unión («los tramos se unen»), incluso si calcular un límite exige otra técnica. Ejemplo mínimo: $f(x) = x^2$ si $x < 1$ y $f(x) = ax$ si $x \geq 1$.

🕒 PISTAS

- La función se define por tramos o con un valor aparte ($f(a) = k$), y en su definición aparecen constantes como a , b , c o k .
- Se pide «encuentra los valores que hacen continua a f » o «¿cómo definir $f(a)$ para que f sea continua?».

⊖ FRONTERAS

- Si no hay constantes y solo se pregunta si es continua: ve a «Verificar la continuidad en un punto» (1.8-G1).
- Si hay una sola expresión (sin tramos ni valor aparte) y se pide que su límite exista o valga un número: ve a «Hallar parámetros para que un límite exista y tenga un valor dado» (1-X1).

↗ CONEXIÓN Combina: «Límite en un punto donde cambia la fórmula» (1.2-G1) + «Verificar la continuidad en un punto» (1.8-G1) + la técnica de límite que haga falta (1.3, 1.4).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Escribe la función, marca los puntos de unión ($x = _$) y cuenta las constantes (el número de incógnitas). Define qué se pide: el valor de las constantes o el valor de $f(a)$.

❑ CONTROL ¿Tienes una ecuación por cada punto de unión y tantas ecuaciones como incógnitas?

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Condición de continuidad $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$	Da una ecuación en cada punto de unión.
Extensión continua $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$	Para redefinir un valor y eliminar una discontinuidad evitable.

↗ **CONEXIÓN** Ficha teórica, tema 1.8: Continuidad.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · DESCOMPÓN

1. **Identifica** los puntos de unión y las constantes.
2. **Decide** qué plantilla usarás para cada límite (1.2-G1, 1.3 o 1.4).

B · RESUELVE CADA PARTE

3. **Calcula** los límites laterales en cada punto de unión con la fórmula de cada lado.

⚠ **CUIDADO** Las constantes quedan dentro de las expresiones, y $f(a)$ se calcula con el tramo que incluye a a ($\leq$ o $\geq$).

4. **Plantea** en cada punto de unión: límite izquierdo = límite derecho ($= f(a)$).

🔑 **CLAVE** Cada punto de unión aporta una ecuación: la continuidad se convierte en un sistema.

5. **Resuelve** el sistema de ecuaciones.

C · INTEGRA

6. **Sustituye** las constantes y comprueba la continuidad.

❑ **CONTROL** ¿Los laterales coinciden en cada punto de unión? Sí: listo. No: revisa el sistema.

7. **Concluye** con los valores de las constantes.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Planteaste una ecuación por cada punto de unión?
- ¿Calculaste los límites con la fórmula de cada lado?
- ¿Resolviste bien el sistema?
- ¿Comprobaste la continuidad con los valores obtenidos?
- ¿Una gráfica confirma que los tramos se unen?

Continuidad en una unión = los dos tramos llegan al mismo punto. Escribe esa igualdad y despeja.

Versión 1 Halla c para que f sea continua: $f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x, & x < 2 \\ x^3 - cx, & x \geq 2 \end{cases}$.

Directa

Versión 2 Sea $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ si $x \neq 2$. ¿Qué valor debe tener $f(2)$ para que f sea continua en $x = 2$?

Extensión continua

Versión 3 Halla a y b para que f sea continua: $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 1 \\ ax + b, & 1 \leq x < 3 \\ 3x, & x \geq 3 \end{cases}$.

Dos constantes

Versión 4 Sea $f(x) = \frac{\sin(3x)}{x}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = k$. Halla k para que f sea continua.

Trigonometría

Versión 5 ★ Sea $f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = k$. Halla k para que f sea continua.

Combina con
racionalizar

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1-I1**. Escanea el código o entra a **metodoeresolverapi-do.com/m1** y busca el código **1-I1**.



CLAVE DE RESPUESTAS

1-I1 Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua

1. $4c + 4 = 8 - 2c$, luego $c = \frac{2}{3}$.
2. $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$.
3. $a + b = 2$ y $3a + b = 9$, luego $a = \frac{7}{2}$ y $b = -\frac{3}{2}$.
4. $k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x} = 3$.
5. $k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{1}{4}$.