

Interpretar un límite en un contexto

CÓDIGO

MAT-CAL 1-A1

NIVEL

▲ Aplicado

TIEMPO ESTIMADO

10-15 min por versión por versión

TEMA

Límites y continuidad (arquetipo del módulo)

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante calcule un límite de un modelo y lo traduzca a una conclusión sobre la situación real, con unidades.

☐ Pista
 ☐ Frontera
 ☐ Cuidado
 ☐ Clave
 ☐ Control
 ☒ Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema suele aparecer cuando un modelo describe una situación (costos, concentraciones, poblaciones, temperaturas) y te preguntan qué ocurre a largo plazo ($t \rightarrow \infty$) o cerca de un valor crítico ($x \rightarrow a$). Se espera que calcules el límite y expliques qué significa, incluso si el valor límite nunca se alcanza. Ejemplo mínimo: una cantidad $Q(t) = 50 - \frac{40}{t+1}$ tiende a 50 a largo plazo.

☒ PISTAS

- Aparecen frases como «a largo plazo», «cuando t crece indefinidamente» o «cuando v se acerca a c ».
- Hay una función con significado físico, biológico o económico, y con unidades.

☐ FRONTERAS

- Si se pregunta con qué rapidez cambia la cantidad: ve a «Razón de cambio en un modelo dado» (3.1-A1).
- Si el modelo es por tramos y se pregunta por su continuidad o por sus saltos: ve a «Continuidad en un modelo por tramos» (1-A2).

☒ **CONEXIÓN** Usa las plantillas del módulo para el cálculo: 1.7-G1 (rationales), 1.7-G3 (exponenciales), 1.6-G1 (límites infinitos).

2 ORGANIZA *Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?*

Anota el modelo $f(t)$ o $f(x)$, qué representa la variable y qué representa la función, ambas **con sus unidades**. Indica hacia dónde tiende la variable ($\rightarrow \infty$ o $\rightarrow a$) y qué se pide: el valor límite, su interpretación en el contexto o si el valor se alcanza.

☐ **CONTROL** ¿Anotaste qué representan la variable y la función, con sus unidades?

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límite al infinito $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = L$	Valor al que tiende la cantidad a largo plazo.
Límite infinito $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$	La cantidad crece o decrece sin cota cerca de a .
Asíntota horizontal $y = L$	Representa el «nivel de equilibrio» del modelo.

↗ **CONEXIÓN** Fichas teóricas, temas 1.6 y 1.7.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · TRADUCE

1. **Identifica** qué representan la variable y la función, con sus unidades.
2. **Traduce** la pregunta a un límite: ¿hacia dónde tiende la variable?

B · RESUELVE EL MODELO

3. **Calcula** el límite con la plantilla que corresponda (1.6 o 1.7).

C · INTERPRETA

4. **Interpreta** el resultado con unidades.

🔑 **CLAVE** El límite describe la tendencia de la situación real: exprésalo en una frase con las unidades del contexto.

5. **Decide** si el valor se alcanza.

⚠ **CUIDADO** Un valor límite puede no alcanzarse nunca: el modelo solo se acerca a él.

6. **Concluye** con una frase completa.

❏ **CONTROL** ¿La respuesta tiene sentido físico (signo, magnitud, unidades)? Si no, revisa el modelo o el cálculo.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿El límite está bien calculado?
- ¿La interpretación usa las unidades correctas?
- ¿El resultado tiene sentido en la situación real?
- ¿Aclaraste si el valor se alcanza o no?
- ¿Respondiste con una frase completa?

En un problema aplicado, el número no es la respuesta: la respuesta es lo que ese número dice sobre la situación.

7 PRACTICA Práctica aplicada · cinco versiones

Versión 1 <i>Economía</i>	El costo de producir x unidades es $C(x) = 500 + 3x$ dólares. ¿Qué pasa con el costo promedio $\frac{C(x)}{x}$ cuando $x \rightarrow \infty$? Interpretalo.
Versión 2 <i>Química</i>	A un tanque con 5000 L de agua pura se le bombea, a razón de 25 L/min, salmuera con 30 g de sal por litro. A los t minutos, la concentración de sal en el tanque es $C(t) = \frac{30t}{200+t}$ g/L. ¿Qué ocurre a largo plazo?
Versión 3 <i>Física</i>	La masa de una partícula que se mueve a velocidad v es $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, donde m_0 es su masa en reposo y c la velocidad de la luz. ¿Qué pasa con m cuando $v \rightarrow c^-$? ¿Qué significa?
Versión 4 <i>Biología</i>	Una población crece según $P(t) = \frac{1000}{1+9e^{-0,5t}}$ individuos. ¿Hacia qué valor tiende? ¿Qué representa?
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Un café se enfría según $T(t) = 20 + 70e^{-0,1t}$ °C, con t en minutos. Calcula $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t)$. ¿Llega el café a 20 °C? Justifica.

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de 1-A1. Escanea el código o entra a metodoresolverapi-do.com/m1 y busca el código 1-A1.



CLAVE DE RESPUESTAS

1-A1 Interpretar un límite en un contexto

- $\frac{C(x)}{x} = \frac{500}{x} + 3 \rightarrow 3$ dólares por unidad: a gran escala, el costo fijo se reparte y solo pesa el costo variable.
- $C(t) \rightarrow 30$ g/L: la concentración se acerca a la de la salmuera que entra.
- $m \rightarrow \infty$: ninguna partícula con masa puede alcanzar la velocidad de la luz.
- $P(t) \rightarrow 1000$ individuos: es la capacidad de carga del ambiente.
- $T(t) \rightarrow 20$ °C (la temperatura ambiente), pero nunca la alcanza: $70e^{-0,1t} > 0$ para todo t .