

1.1

Idea intuitiva de límite: estimación gráfica y numérica

IDEA CENTRAL

El límite describe hacia qué valor se acerca $f(x)$ cuando x se acerca a un número a , sin llegar a ser igual a a . Lo que ocurre exactamente en $x = a$ (si $f(a)$ existe o vale otra cosa) no afecta al límite.

DEFINICIONES

Límite (idea intuitiva)

Sea f una función definida en un intervalo abierto que contiene a a , excepto quizá en el propio a . La expresión $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ significa que los valores de $f(x)$ se pueden hacer tan cercanos a L como se quiera tomando x suficientemente cerca de a , con $x \neq a$. Si ningún número L cumple esto, se dice que el límite no existe. Se lee: «el límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es L ». También se escribe $f(x) \rightarrow L$ cuando $x \rightarrow a$.

TEOREMAS Y PROPIEDADES

El límite no depende de $f(a)$

Si: $f(x) = g(x)$ para todo $x \neq a$ de un intervalo abierto que contiene a a , y $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ existe.

Entonces: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, aunque $f(a) \neq g(a)$ o $f(a)$ no esté definido.

Unicidad del límite

Si: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ y también $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = M$.

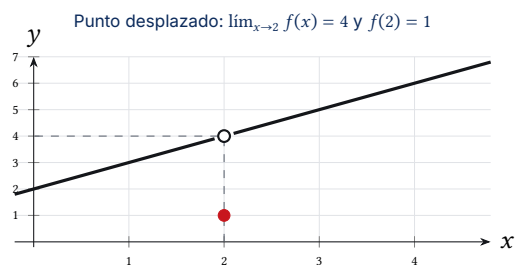
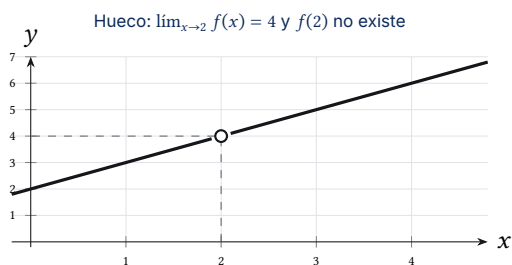
Entonces: $L = M$; si el límite existe, es único.

 Por eso, si al acercarte a a por dos caminos distintos (por ejemplo, por la izquierda y por la derecha) $f(x)$ se acerca a valores distintos, el límite no existe (1-T1).

FÓRMULAS Y TÉCNICAS

Fórmula o técnica	Cuándo se usa	Arquetipo
Recorrer la gráfica hacia a por ambos lados	La función se da como gráfica	1.1-G1
Tabla con $x = a \pm 0,1$; $a \pm 0,01$; $a \pm 0,001$	Estimar numéricamente	1.1-G2

REPRESENTACIÓN



El límite es el mismo en ambas gráficas; solo cambia lo que ocurre exactamente en $x = 2$.

⚠ ERRORES COMUNES

- Confundir el límite con el valor $f(a)$: son cosas distintas.
- Mirar solo un lado de a .
- Tomar una tabla como demostración: $\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$ vale 0 en $x = 0,1; 0,01; 0,001$, pero su límite cuando $x \rightarrow 0$ no existe.
- Usar la calculadora en grados con funciones trigonométricas: en Cálculo los ángulos se miden en radianes.

Practica con

- 1.1-G1** Límite a partir de una gráfica
- 1.1-G2** Límite a partir de una tabla de valores