

MÉTODO
RESUELVE RÁPIDO™

Cálculo Diferencial

MÓDULO 1

LÍMITES y CONTINUIDAD

*Reconoce el tipo de problema.
Resuélvelo con un plan.*

9

temas

33

arquetipos

165

problemas
de práctica

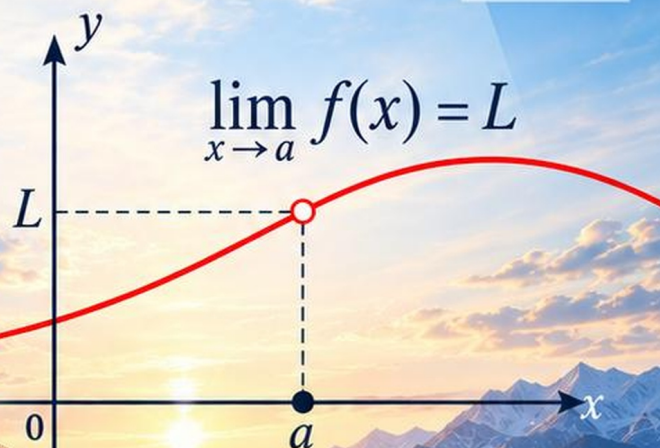


SERIE
CÁLCULO

MÓDULO 1

MAT-CAL · M1

1



AUTOR

José Álvarez

VERSIÓN 1.0

2026

MÉTODO RESUELVE RÁPIDO™ · SERIE CÁLCULO

Límites y continuidad

Cálculo Diferencial · Módulo 1

MÉTODO RESUELVE RÁPIDO™ · SERIE CÁLCULO

Límites y continuidad

Reconoce el tipo de problema.

Resuélvelo con un plan.

9 TEMAS · 33 ARQUETIPOS · 165 PROBLEMAS DE PRÁCTICA

CÁLCULO DIFERENCIAL

José Álvarez

metodoresolverrapido.com

Método Resuelve Rápido™ · Serie Cálculo

Módulo 1: Límites y continuidad (Cálculo Diferencial)

Autor: José Álvarez.

Edición 2026 · versión 1.1.

Código de la obra: MAT-CAL · M1.

© 2026 José Álvarez. Todos los derechos reservados. Ninguna parte de esta obra puede reproducirse, almacenarse ni transmitirse sin autorización escrita del autor. Método Resuelve Rápido™ es una marca del autor. Este libro es una obra independiente: no está vinculado ni avalado por ninguna institución educativa.

El índice del módulo se construyó por concordancia de libros de texto estándar de Cálculo (ver la bibliografía): un tema entra si aparece en al menos tres de ellos. Los arquetipos se validaron con 1826 ejercicios de cuatro de esos libros. Los arquetipos, las plantillas, la ficha teórica, los ejemplos resueltos y los problemas de práctica son obra original del autor.

Videos, plantillas imprimibles y fichas teóricas de este módulo: metodoresolverapido.com.

Composición tipográfica en XeLaTeX con las familias Libertinus y Inter. Figuras trazadas con TikZ y pgfplots.

Si encuentras un error, escríbelo en la página web: cada corrección mejora las ediciones siguientes.

Prólogo

AL ESTUDIANTE

En cada examen de límites aparecen problemas que parecen nuevos. Casi nunca lo son: son los mismos tipos de problema de siempre, con otros datos, otro contexto u otra dificultad. El estudiante que aprueba con seguridad no es el que ha visto más ejercicios, sino el que reconoce el tipo apenas lee el enunciado y sabe qué camino tomar.

Este libro te entrega ese reconocimiento de forma explícita. Reúne los 33 tipos de problema —los *arquetipos*— con que se evalúan los límites y la continuidad. Para cada uno encontrarás cómo identificarlo, qué teoría activar, qué pasos seguir, un ejemplo resuelto de principio a fin, cómo comprobar el resultado y cinco problemas para practicarlos. La teoría necesaria está al comienzo de cada tema, pensada para consultarla, no para memorizarla. Al final, la práctica mezclada te entrena en lo que decide un examen: reconocer el tipo sin que nadie te lo diga.

Resolver un ejercicio que ya viste no basta. Lo que de verdad se evalúa es saber qué tipo de problema tienes delante, por qué se resuelve así y cómo comprobar que la respuesta tiene sentido. Ese mapa es lo que este método te ayuda a construir.

Los límites son la puerta del Cálculo: la derivada y la integral se definen con ellos. Vale la pena cruzarla con paso firme.

José Álvarez

Santo Domingo, 2026

Contenido

Prólogo	VI
Mapa del módulo	IX
Cómo funciona el método	1
Cómo reconocer el arquetipo: mapa de reconocimiento	4
Estudiar con este libro: plan, preguntas frecuentes y notación	6
1.1 Idea intuitiva de límite: estimación gráfica y numérica	8
● 1.1-G1 Límite a partir de una gráfica	10
● 1.1-G2 Límite a partir de una tabla de valores	16
1.2 Límites laterales	20
● 1.2-G1 Límite en un punto donde cambia la fórmula	22
1.3 Cálculo algebraico de límites: leyes y formas indeterminadas $0/0$	26
● 1.3-G1 Límite por sustitución directa	29
● 1.3-G2 Límite de una combinación de funciones cuyos límites se conocen	33
● 1.3-G3 Forma $0/0$ con polinomios: factorizar	37
● 1.3-G4 Forma $0/0$ con radicales: racionalizar	41
● 1.3-G5 Forma $0/0$ con fracciones: común denominador	45
● 1.3-G6 Teorema del emparedado	49
1.4 Límites trigonométricos	53
● 1.4-G1 Límite que se reduce a $\sin(u)/u$ o a $(1 - \cos u)/u$	55
1.5 Definición formal de límite (ε-δ)	59
● 1.5-G1 Encontrar δ para un ε dado	61
■ 1.5-T1 Demostrar un límite con la definición formal	65
1.6 Límites infinitos y asíntotas verticales	69
● 1.6-G1 Límite cuando el denominador se anula y el numerador no	71
● 1.6-G2 Hallar las asíntotas verticales de una función	76
1.7 Límites al infinito y asíntotas horizontales y oblicuas	80
● 1.7-G1 Límite al infinito de una función racional	82
● 1.7-G2 Límite al infinito con radicales	86
● 1.7-G3 Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente	90
● 1.7-G4 Hallar asíntotas horizontales y oblicuas	94
1.8 Continuidad en un punto y tipos de discontinuidad	98
● 1.8-G1 Verificar la continuidad en un punto	101
● 1.8-G2 Clasificar una discontinuidad	105

● 1.8-G3	Hallar los intervalos donde una función es continua	109
● 1.8-G4	Límite de una función compuesta usando la continuidad	113
1.9	Continuidad en intervalos y Teorema del Valor Intermedio	117
● 1.9-G1	Probar que una ecuación tiene una raíz en un intervalo	119
M1	Arquetipos del módulo (combinan temas)	123
▲ 1-A1	Interpretar un límite en un contexto	124
▲ 1-A2	Continuidad en un modelo por tramos	128
◆ 1-I1	Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua	132
◆ 1-I2	Análisis completo de las asíntotas de una función racional	136
◆ 1-I3	Esbozar una gráfica que cumpla condiciones de límites	140
■ 1-T1	Demostrar que un límite no existe	144
■ 1-T2	Justificar si se cumplen las hipótesis del TVI	148
■ 1-T3	Demostrar o refutar una afirmación general	152
★ 1-X1	Hallar parámetros para que un límite exista y tenga un valor dado	156
★ 1-X2	Límites no rutinarios	160
	Práctica mezclada	164
	Clave de respuestas	168
	Conexiones con otros módulos	179
	Recursos en línea: videos, plantillas y fichas	180
	Bibliografía	182

Mapa del módulo

Los 33 arquetipos de «Límites y continuidad»

Cada tema y los tipos de problema con que se evalúa. El mapa de reconocimiento detallado (si ves... → es el arquetipo...) está en la página 4.

Código	Arquetipo (la situación que ves)	Pág.
1.1	Idea intuitiva de límite	
● 1.1-G1	Límite a partir de una gráfica	10
● 1.1-G2	Límite a partir de una tabla de valores	16
1.2	Límites laterales	
● 1.2-G1	Límite en un punto donde cambia la fórmula	22
1.3	Cálculo algebraico de límites	
● 1.3-G1	Límite por sustitución directa	29
● 1.3-G2	Límite de una combinación de funciones cuyos límites se conocen	33
● 1.3-G3	Forma $0/0$ con polinomios: factorizar	37
● 1.3-G4	Forma $0/0$ con radicales: racionalizar	41
● 1.3-G5	Forma $0/0$ con fracciones: común denominador	45
● 1.3-G6	Teorema del emparedado	49
1.4	Límites trigonométricos	
● 1.4-G1	Límite que se reduce a $\sin(u)/u$ o a $(1 - \cos u)/u$	55
1.5	Definición formal de límite (ε-δ)	
● 1.5-G1	Encontrar δ para un ε dado	61
■ 1.5-T1	Demostrar un límite con la definición formal (ε - δ , ε - N o M - δ)	65
1.6	Límites infinitos y asíntotas verticales	
● 1.6-G1	Límite cuando el denominador se anula y el numerador no	71
● 1.6-G2	Hallar las asíntotas verticales de una función	76
1.7	Límites al infinito y asíntotas horizontales y oblicuas	
● 1.7-G1	Límite al infinito de una función racional	82
● 1.7-G2	Límite al infinito con radicales	86
● 1.7-G3	Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente	90

Código	Arquetipo (la situación que ves)	Pág.
● 1.7-G4	Hallar asíntotas horizontales y oblicuas	94
1.8	Continuidad en un punto y tipos de discontinuidad	
● 1.8-G1	Verificar la continuidad en un punto	101
● 1.8-G2	Clasificar una discontinuidad	105
● 1.8-G3	Hallar los intervalos donde una función es continua	109
● 1.8-G4	Límite de una función compuesta usando la continuidad	113
1.9	Continuidad en intervalos y TVI	
● 1.9-G1	Probar que una ecuación tiene una raíz en un intervalo	119
M1	Arquetipos del módulo (combinan temas)	
▲ 1-A1	Interpretar un límite en un contexto	124
▲ 1-A2	Continuidad en un modelo por tramos	128
◆ 1-I1	Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua	132
◆ 1-I2	Análisis completo de las asíntotas de una función racional	136
◆ 1-I3	Esbozar una gráfica que cumpla condiciones de límites	140
■ 1-T1	Demostrar que un límite no existe	144
■ 1-T2	Justificar si se cumplen las hipótesis del Teorema del Valor Intermedio	148
■ 1-T3	Demostrar o refutar una afirmación general sobre límites o continuidad	152
★ 1-X1	Hallar parámetros para que un límite exista y tenga un valor dado	156
★ 1-X2	Límites no rutinarios	160

● genérico ▲ aplicado ◆ integrador ■ teórico ★ desafío

Objetivos del módulo

Al terminar este libro serás capaz de:

- interpretar el límite de una función a partir de su gráfica y de tablas de valores;
- calcular límites de forma algebraica, incluidas las formas indeterminadas del tipo $0/0$;
- analizar límites infinitos y al infinito, e identificar asíntotas;
- decidir si una función es continua, clasificar sus discontinuidades y aplicar el Teorema del Valor Intermedio;
- comprender y usar la definición formal ε - δ del límite.

Prerrequisitos

- Funciones y sus gráficas, dominio (Precálculo).
- Factorización, productos notables, racionalización y fracciones algebraicas (Precálculo).
- Funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas (Precálculo).
- Desigualdades y valor absoluto (Precálculo).

Si alguno de estos temas te cuesta, no lo pospongas: la mayoría de los errores en límites son errores de álgebra, no de Cálculo.

Cómo funciona el método

La idea en tres líneas

Los problemas con los que se evalúa un tema no son infinitos: pertenecen a un número limitado de *tipos*, que se repiten con otros datos, otros contextos y otra dificultad. Quien reconoce el tipo sabe qué camino tomar. El Método Resuelve Rápido™ te entrega el mapa completo de esos tipos y, para cada uno, tres cosas: cómo reconocerlo, cómo resolverlo y cómo comprobar la respuesta.

No es el problema en sí, sino el tipo de problema.

Qué es un arquetipo

Un **arquetipo** es un tipo de problema: la clase de todos los problemas de un tema que se reconocen por la misma estructura, se resuelven con el mismo razonamiento y ponen a prueba el mismo conocimiento. Se define por tres cosas:

- su **firma**: cómo lo reconoces en el enunciado;
- su **estrategia**: un camino válido para todas sus versiones;
- su **propósito**: qué conocimiento evalúa.

Si entre dos problemas solo cambian los datos, el contexto o la dificultad, son versiones del mismo arquetipo. Por eso el título de cada arquetipo describe la situación que ves, no la respuesta.

Un ejemplo hace la idea concreta. Estos dos límites parecen casi iguales:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x - 2}.$$

Al sustituir $x = 2$, el primero da $0/0$ y el segundo da $8/0$. Ese detalle los separa en arquetipos distintos: el primero se resuelve factorizando (1.3-G3); el segundo no tiene límite finito y se estudia con el signo del denominador (1.6-G1). Reconocer la diferencia *antes* de calcular es exactamente lo que entrena este libro.

Qué no es

No es...	Porque...
Un solucionario	Una plantilla no resuelve un problema: enseña a resolver todos los problemas de un tipo.
Un libro de texto	La teoría aparece como ficha de consulta. Para aprenderla a fondo, tu libro de texto sigue siendo la fuente.
Un recetario para memorizar	Cada paso dice por qué se da, y las fronteras enseñan cuándo un camino no sirve.
Una colección de ejercicios	Cada arquetipo tiene solo cinco versiones, elegidas para cubrir sus variantes y subir de dificultad.

Cinco niveles

No todos los problemas piden lo mismo. Cada arquetipo pertenece a uno de cinco niveles, que se reconocen por el símbolo junto a su código y que fijan las tres fases de la resolución.

Nivel	Qué pide	Fases de la resolución
● Genérico	Aplicar una técnica central.	Inicio lógico → Proceso técnico → Validación y conclusión
▲ Aplicado	Traducir una situación real a un modelo.	Traduce → Resuelve el modelo → Interpreta
◆ Integrador	Combinar varias técnicas en un problema.	Descompón → Resuelve cada parte → Integra
■ Teórico	Demostrar o justificar.	Análisis (borrador) → Construcción de la prueba → Revisión
★ Desafío	Resolver un problema no rutinario.	Explora → Elige una estrategia → Verifica

En este libro, los arquetipos genéricos (los 23 con código de tema, como 1.3-G4) cubren las técnicas que todo examen da por sabidas. Los diez arquetipos del módulo (1-A1 a 1-X2) combinan temas y son los que más se parecen a un problema de examen completo.

Cómo está organizado este libro

Los temas se estudian en orden, del 1.1 al 1.9, y cada uno tiene la misma estructura:

1. **La ficha teórica del tema:** la idea central, las definiciones, los teoremas, las técnicas con su arquetipo, las figuras y los errores comunes. Está pensada para consultarla: léela una vez completa y vuelve a ella cuando una plantilla te remita a ella.
2. **Las plantillas de resolución:** una por arquetipo, de unas tres páginas cada una, siempre con las mismas siete secciones y un *ejemplo resuelto* de principio a fin.

Después de los nueve temas vienen los diez arquetipos que combinan temas, la *práctica mezclada* (problemas sin rótulo para entrenar el reconocimiento), la clave de respuestas y los recursos en línea.

Cómo leer un código

Todo arquetipo tiene un código que no cambia nunca. Así se lee:

MAT

Área:
Matemáticas

CAL

Serie:
Cálculo

1.3

Módulo 1,
tema 3

G

Nivel:
● Genérico

4

N.º en ese
tema y nivel

Por tanto, **1.3-G4** es «Forma 0/0 con radicales: racionalizar». Los arquetipos que combinan temas de todo el módulo llevan solo el número del módulo: **1-A2** es el segundo arquetipo aplicado del Módulo 1. Cuando una plantilla dice «ve a 2.1-G2», ese es el código en el Módulo 2 de la serie.

Cómo leer una plantilla

Cada plantilla tiene siete secciones numeradas, siempre en el mismo orden. Abrir una plantilla es abrir siempre el mismo plano:

Sección	Qué haces
1 Reconoce	Compruebas que el problema es de este tipo, con las <i>pistas</i> (qué lo delata) y las <i>fronteras</i> (cuándo no es de este tipo y adónde ir).
2 Organiza	Anotas los datos y lo que se pide, antes de calcular nada.
3 Activa	Repasas solo las fórmulas y conceptos que vas a usar.
4 Resuelve	Sigues los pasos, en tres fases según el nivel. Termina con un <i>ejemplo resuelto</i> que aplica cada paso a un caso concreto.
5 Comprueba	Verificas el resultado por un camino independiente.
6 Recuerda	Te quedas con la idea clave en una o dos frases.
7 Practica	Resuelves cinco versiones: directa, variantes y una más exigente (★). Las respuestas están al final del libro.

Dentro de las secciones aparecen seis señales:

- 🕒 **Pista:** señal que delata el tipo de problema.
- 🚫 **Frontera:** «NO es este arquetipo; ve a...»
- ⚠️ **Cuidado:** error típico, justo donde ocurre.
- 🔑 **Clave:** el paso que decide el problema.
- ❏ **Control:** pregunta de sí o no para detectar un error a tiempo.
- 🔗 **Conexión:** arquetipo o tema relacionado.

Primero reconoce, después organiza, después calcula. El error más caro es calcular con el arquetipo equivocado.

1.1

Idea intuitiva de límite: estimación gráfica y numérica

IDEA CENTRAL

El límite describe hacia qué valor se acerca $f(x)$ cuando x se acerca a un número a , sin llegar a ser igual a a . Lo que ocurre exactamente en $x = a$ (si $f(a)$ existe o vale otra cosa) no afecta al límite.

DEFINICIONES

Límite (idea intuitiva)

Sea f una función definida en un intervalo abierto que contiene a a , excepto quizá en el propio a . La expresión $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ significa que los valores de $f(x)$ se pueden hacer tan cercanos a L como se quiera tomando x suficientemente cerca de a , con $x \neq a$. Si ningún número L cumple esto, se dice que el límite no existe. Se lee: «el límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es L ». También se escribe $f(x) \rightarrow L$ cuando $x \rightarrow a$.

TEOREMAS Y PROPIEDADES

El límite no depende de $f(a)$

Si: $f(x) = g(x)$ para todo $x \neq a$ de un intervalo abierto que contiene a a , y $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ existe.

Entonces: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, aunque $f(a) \neq g(a)$ o $f(a)$ no esté definido.

Unicidad del límite

Si: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ y también $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = M$.

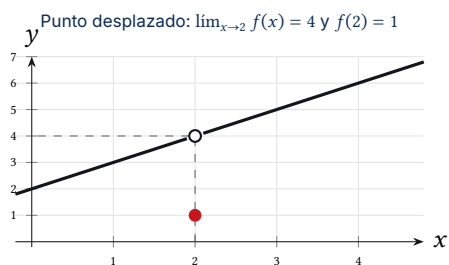
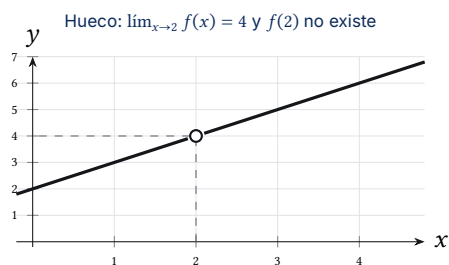
Entonces: $L = M$; si el límite existe, es único.

 Por eso, si al acercarte a a por dos caminos distintos (por ejemplo, por la izquierda y por la derecha) $f(x)$ se acerca a valores distintos, el límite no existe (1-T1).

FÓRMULAS Y TÉCNICAS

Fórmula o técnica	Cuándo se usa	Arquetipo
Recorrer la gráfica hacia a por ambos lados	La función se da como gráfica	1.1-G1
Tabla con $x = a \pm 0,1$; $a \pm 0,01$; $a \pm 0,001$	Estimar numéricamente	1.1-G2

REPRESENTACIÓN



El límite es el mismo en ambas gráficas; solo cambia lo que ocurre exactamente en $x = 2$.

⚠ ERRORES COMUNES

- Confundir el límite con el valor $f(a)$: son cosas distintas.
- Mirar solo un lado de a .
- Tomar una tabla como demostración: $\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$ vale 0 en $x = 0,1; 0,01; 0,001$, pero su límite cuando $x \rightarrow 0$ no existe.
- Usar la calculadora en grados con funciones trigonométricas: en Cálculo los ángulos se miden en radianes.

Practica con

- 1.1-G1 Límite a partir de una gráfica
- 1.1-G2 Límite a partir de una tabla de valores

Límite a partir de una gráfica

CÓDIGO NIVEL TIEMPO ESTIMADO

MAT-CAL 1.1-G1 ● Genérico 5–10 min por versión

TEMA

1.1 · Idea intuitiva de límite

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante comprenda el límite como la tendencia de $f(x)$ cuando x se acerca a a , independiente del valor de $f(a)$, leyendo una gráfica.

🕒 Pista 🚫 Frontera ⚠️ Cuidado 🔑 Clave 📄 Control 🔗 Conexión

1 RECONOCE Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando te dan la **gráfica** de una función —no su fórmula— y te preguntan a qué valor se acerca $f(x)$ cuando $x \rightarrow a$; por ejemplo, una recta con un hueco en el punto (2, 4). Se espera que estimes el límite siguiendo la curva desde ambos lados, aunque en $x = a$ haya un hueco, un salto o un punto fuera de lugar.

🕒 PISTAS

- La función viene dada por una gráfica o un dibujo.
- En $x = a$ aparece algo especial: un hueco (círculo vacío), un salto, un punto desplazado o una asíntota.
- Se pregunta por $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, por los límites laterales o por si el límite existe.

🚫 FRONTERAS

- Si tienes la **fórmula** de f , no es este arquetipo: ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1) o, si al sustituir sale $0/0$, a las formas $0/0$ (1.3-G3, 1.3-G4, 1.3-G5).
- Si te dan una **tabla de valores** en lugar de la gráfica: ve a «Límite a partir de una tabla de valores» (1.1-G2).

🔗 **CONEXIÓN** Si la curva sube o baja sin límite junto a $x = a$, el cálculo con fórmula está en «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1).

2 ORGANIZA Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?

Antes de leer la gráfica, anota: el punto de interés a ; el valor al que se acerca la curva por la izquierda y por la derecha (o $\pm\infty$); el valor de la función en a , $f(a)$, si está definido; y qué se pide (estimar el límite, decidir si existe o compararlo con $f(a)$). Marca qué ocurre en $x = a$: hueco, salto, asíntota, punto desplazado o nada especial.

⚠ CUIDADO Revisa la *escala* de los ejes antes de leer valores.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límite (idea intuitiva) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$	$f(x)$ se acerca a L cuando x se acerca a a por ambos lados, sin importar $f(a)$.
Límites laterales $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	Se leen siguiendo la curva hacia a desde cada lado.
Criterio de existencia $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \iff \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$	Decide si el límite existe.

↪ CONEXIÓN Ficha teórica, tema 1.1: Idea intuitiva de límite.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Ubica** $x = a$ en el eje horizontal.
2. **Observa** qué ocurre exactamente en $x = a$; te ayuda a anticipar, pero todavía no concluyas.

B · PROCESO TÉCNICO

3. **Recorre** la curva desde la izquierda hacia a y anota la altura a la que se acerca (o $\pm\infty$).
4. **Repite** el recorrido desde la derecha.

↪ CLAVE El límite depende de *hacia dónde va la curva*, no del punto (relleno o vacío) que está en $x = a$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

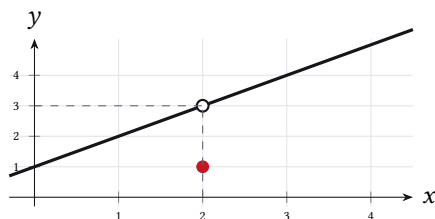
5. **Compara** ambos valores. ¿Coinciden? Entonces el límite existe y vale eso. ¿No coinciden? El límite no existe. Si ambos lados crecen sin cota hacia arriba, se escribe $+\infty$ (el límite no es un número).
6. **Contrasta** con $f(a)$ solo al final.

⚠ CUIDADO Si $f(a)$ es distinto del límite, o no está definido, la función no es continua en a , pero el límite sigue siendo el mismo.

7. **Concluye** con la notación correcta y una frase.

EJEMPLO RESUELTO

La gráfica muestra una función f con un hueco y un punto desplazado en $x = 2$. Halla $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ y compáralo con $f(2)$.



Inicio lógico. Ubicamos $x = 2$. Allí hay un círculo vacío en $(2, 3)$ y un punto relleno en $(2, 1)$: algo especial ocurre, pero todavía no concluimos.

Proceso técnico. Por la izquierda, al acercarnos a $x = 2$ la curva sube hasta la altura 3. Por la derecha, la curva baja hacia la altura 3. Ambos lados llevan al mismo valor, y ese valor es el del círculo vacío.

Validación. Los dos laterales coinciden: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$. Contrastamos con $f(2) = 1$.

Conclusión. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$, aunque $f(2) = 1$. El límite existe pero no coincide con el valor de la función, así que f no es continua en $x = 2$.

5

COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Leíste alturas (valores de y) y no posiciones en el eje x ?
- ¿Ignoraste el punto relleno o vacío en $x = a$ al estimar el límite?
- ¿Analizaste cada lado por separado antes de concluir?
- Si conoces la fórmula, ¿una tabla de valores confirma tu estimación?
- ¿Escribiste la conclusión con la notación correcta?

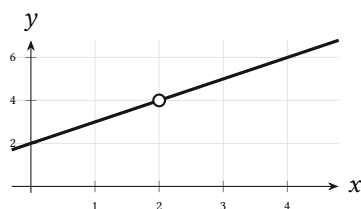
6 RECUERDA Tip final · ¿Qué no debo olvidar?

Cuando estimes límites en una gráfica, recuerda: el valor de $f(a)$ no importa. Solo importa hacia dónde va la función cuando te acercas a a .

7 PRACTICA Práctica aplicada · cinco versiones

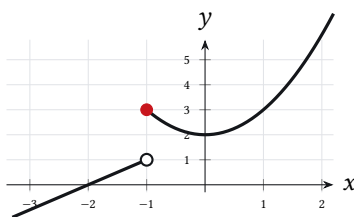
Versión 1 La gráfica muestra una función con un hueco en $x = 2$. Estima $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Hueco



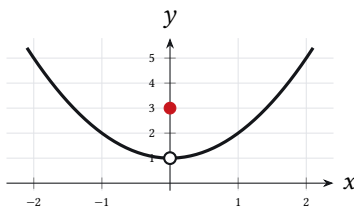
Versión 2 Determina los límites laterales en $x = -1$ y decide si $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ existe.

Salto



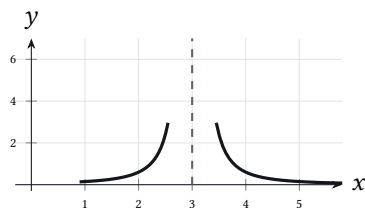
Versión 3 En la gráfica, $f(0) = 3$. Estima $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ y compáralo con $f(0)$. ¿Es f continua en 0?

Punto desplazado



Versión 4*Asíntota*

La gráfica tiene una asíntota vertical en $x = 3$. Describe el comportamiento de $f(x)$ cuando $x \rightarrow 3$.

**Versión 5** ★*Enunciado verbal*

Sin gráfica: $f(1) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 5$ y $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$. Esboza una gráfica compatible y concluye si $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existe.

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de **1.1-G1**. Escanea el código o entra a **metodo-resolverapido.com/m1** y busca el código **1.1-G1**.



Límite a partir de una tabla de valores

CÓDIGO

MAT-CAL 1.1-G2

NIVEL

● Genérico

TIEMPO ESTIMADO

10 min por versión

TEMA

1.1 · Idea intuitiva de límite

QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO

Que el estudiante estime un límite numéricamente, acercándose por ambos lados, y reconozca los riesgos de las tablas (valores engañosos, redondeo).

🕒 Pista 🚫 Frontera ⚠️ Cuidado 🔑 Clave 📁 Control 📶 Conexión

1 RECONOCE *Identificación del problema · ¿Qué tipo de problema es este?*

Este tipo de problema suele aparecer cuando te piden **estimar** un límite construyendo una tabla de valores de $f(x)$ cerca de a , o cuando te dan la tabla ya hecha; por ejemplo, evaluar $\frac{e^x - 1}{x}$ en $x = \pm 0,1; \pm 0,01; \pm 0,001$. Se espera que leas la tendencia de los valores por ambos lados, aunque la función no esté definida en a .

🕒 PISTAS

- Aparecen palabras como «estima», «usa una tabla», «usa la calculadora» o «valores cercanos a».
- Se dan o se piden valores como $a \pm 0,1$; $a \pm 0,01$; $a \pm 0,001$.

🚫 FRONTERAS

- Si te piden el **valor exacto** y tienes la fórmula, no es este arquetipo: ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1) y, si al sustituir sale $0/0$, a las formas $0/0$ (1.3-G3, 1.3-G4, 1.3-G5).
- Si los valores crecen o decrecen sin control (no buscas un número): ve a «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1).

📶 **CONEXIÓN** Se complementa con «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1): la tabla es la versión numérica de la misma idea.

2 ORGANIZA Datos iniciales · ¿Qué tengo y qué me piden?

Anota la función (o la tabla dada), el punto a y los valores de x a cada lado: $a - 0,1$, $a - 0,01$, $a - 0,001$ por la izquierda y $a + 0,1$, $a + 0,01$, $a + 0,001$ por la derecha. Define qué se pide: estimar el límite, decidir si existe o dar la precisión de la estimación.

⚠ CUIDADO Si hay funciones trigonométricas, comprueba que la calculadora esté en **radianes**. Y recuerda: una tabla solo *sugiere* el límite; no lo demuestra.

3 ACTIVA Fórmulas o conceptos clave · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límite (idea intuitiva) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$	Los valores de $f(x)$ se estabilizan cerca de L a ambos lados de a .
Límites laterales $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	Cada columna de la tabla estima un lateral.

↗ CONEXIÓN Ficha teórica, tema 1.1: Idea intuitiva de límite.

4 RESUELVE Resolución paso a paso · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Elige** valores de x cada vez más cercanos a a , por la izquierda y por la derecha ($a \pm 0,1$; $a \pm 0,01$; $a \pm 0,001$).
2. **Prepara** la calculadora (radianes si hay trigonometría).

B · PROCESO TÉCNICO

3. **Evalúa** f en cada valor y anota los resultados con varias cifras.
4. **Observa** la tendencia de cada columna.

🔑 CLAVE Busca hacia qué valor se *estabilizan* los resultados al acercarte, no el valor de un solo punto.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Compara** la tendencia de ambos lados. ¿Se estabilizan en el mismo número? Esa es la estimación. ¿No, u oscilan? El límite puede no existir.
6. **Concluye** con la estimación y su precisión.

⚠ CUIDADO Con x demasiado cercano a a , el redondeo de la calculadora puede dar resultados falsos (por ejemplo, 0).

EJEMPLO RESUELTO

Estima $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ con una tabla.

Inicio lógico. La función no está definida en $x = 0$, pero sí cerca de él. Elegimos $x = \pm 0,1; \pm 0,01; \pm 0,001$ y ponemos la calculadora en radianes (no hay trigonometría, pero conviene el hábito).

Proceso técnico. Evaluamos con cinco cifras:

x	-0,1	-0,01	-0,001	0,001	0,01	0,1
$f(x)$	0,95163	0,99502	0,99950	1,00050	1,00502	1,05171

Por la izquierda los valores suben hacia 1; por la derecha bajan hacia 1.

Validación. Ambos lados se estabilizan en el mismo número, y la diferencia con 1 se reduce unas diez veces cada vez que dividimos x entre diez.

Conclusión. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \approx 1$. Es una *estimación*: la tabla sugiere el valor, pero no lo demuestra.

5 COMPRUEBA Verificación final · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ¿Usaste valores por ambos lados de a ?
- ¿Usaste al menos tres valores por lado, cada vez más cercanos?
- ¿Revisaste el modo de la calculadora y el redondeo?
- ¿Los dos lados se estabilizan en el mismo número?
- ¿Presentaste el resultado como una estimación?

6 RECUERDA Tip final · ¿Qué no debo olvidar?

Una tabla es una pista, no una prueba: si los valores se comportan de forma extraña, sospecha de la tabla antes que del límite.

7 PRACTICA *Práctica aplicada · cinco versiones*

Versión 1 Estima con una tabla $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

Directa

Versión 2 Estima con una tabla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.

Trigonométrica

Versión 3 Una tabla da $g(1,9) = 4,9$; $g(1,99) = 4,99$; $g(1,999) = 4,999$; $g(2,1) = 5,1$; $g(2,01) = 5,01$; $g(2,001) = 5,001$. Estima $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$.

Otra representación

Versión 4 Evalúa $\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$ en $x = 0,1$; $0,01$; $0,001$. ¿Qué sugiere la tabla? ¿Es correcta esa conclusión sobre $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$?

Tabla engañosa

Versión 5 ★ Estima $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$. ¿Qué ocurre si usas $x = 0,000001$ en la calculadora?

Más exigente

TRABAJA ESTE ARQUETIPO EN LÍNEA

Video de resolución y plantilla imprimible de 1.1-G2. Escanea el código o entra a metodo-resolverapido.com/m1 y busca el código 1.1-G2.

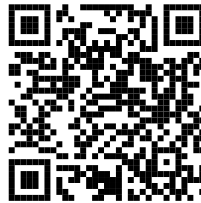


FIN DE LA MUESTRA

Esto es solo el comienzo

Has leído la introducción al método y el tema 1.1 completo, con dos arquetipos resueltos paso a paso. El libro completo tiene **33 arquetipos** con ejemplo resuelto, cinco versiones de práctica cada uno, práctica mezclada con repaso final y clave de respuestas.

193 páginas
33 arquetipos con ejemplo resuelto
165 problemas de práctica
QR a videos y plantillas de cada arquetipo



metodoresolverrapido.com/tienda.html

Muestra gratuita. Se permite compartirla completa y sin cambios.

© 2026 Método Resuelve Rápido™